

Razonamiento

Matemático

# SOLUCIONARIO

## Razonamiento matemático

1.º

Editorial  
*San  
Marcos*



## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 13)

- 1 Sean los números:  $x$ ;  $x + 1$ ;  $x + 2$

Del enunciado:

$$\begin{aligned} x + (x + 1) + (x + 2) &= 33 \\ 3x + 3 &= 33 \\ 3x &= 30 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

∴ El mayor de ellos es:  $x + 2 = 12$

Clave B

- 2 Sea el número:  $x$

Del enunciado:

$$\frac{4x}{3} + \frac{x}{9} = 13$$

$$\frac{9(4x) + 3x}{9(3)} = 13$$

$$\frac{39x}{27} = 13$$

$$x = 9 \Rightarrow 3x = 27$$

Clave C

- 3 Sea el número:  $x$

Del enunciado:

$$5(x + 2) + 3(x - 2) = 5(x + 11)$$

$$5x + 10 + 3x - 6 = 5x + 55$$

$$3x = 51$$

$$x = 17$$

$$\therefore 3x = 51$$

Clave B

- 4 Sean los números:  $x$ ;  $x + 1$  y  $x + 2$

Del enunciado:

$$\frac{x}{8} + \frac{x+1}{3} + \frac{x+2}{2} = x$$

$$\frac{3x + 8(x+1) + 12(x+2)}{24} = x$$

$$x = 32$$

$$\Rightarrow \text{La suma es: } 3x + 3 = 3 \cdot 32 + 3 = 99$$

Clave B

- 5 Sea el número:  $x$

Del enunciado:

$$19 + \frac{x}{4} = 5x$$

$$19 = 5x - \frac{x}{4}$$

$$19 = \frac{19x}{4} \Rightarrow x = 4$$

Clave C

- 6 Sean las edades

María:  $m$

Ana:  $m + 8$

Del enunciado:

$$m + m + 8 = 96$$

$$2m + 8 = 96$$

$$2m = 88$$

$$m = 44$$

$$\Rightarrow \text{Ana tiene: } m + 8 = 52 \text{ años}$$

Clave A

- 7 Sea:

$$\text{Vilma tiene: } V \quad \text{Vilma tiene: } V - 20$$

$$\text{Rosa tiene: } R \quad \text{Rosa tiene: } R + 20$$

Del enunciado:

$$V - 20 = R + 20$$

$$V - R = 40$$

$$\left. \begin{aligned} V - R &= 40 \\ V + R &= 140 \end{aligned} \right\} +$$

$$2V = 180$$

$$V = 90$$

Clave C

- 8 Sea:

precio del pantalón:  $m + 17$

precio de la mochila:  $m$

Del enunciado:

$$m + (m + 17) = 77$$

$$2m = 60$$

$$m = 30$$

Clave A

- 9 Sea:

$$\text{Ahorro enero: } \frac{3}{5}x$$

$$\text{Ahorro febrero: } x$$

$$\text{Del enunciado: } \frac{3}{5}x + x = 128$$

$$3x + 5x = 128 \cdot 5$$

$$8x = 128 \cdot 5$$

$$x = 80$$

$$\Rightarrow \text{ahorró en enero:}$$

$$\frac{3}{5}x = \frac{3}{5}(80) = S/.48$$

Clave B

- 10 Sea el número:  $x$

Del enunciado:

$$9x - \frac{3}{2}x = 30$$

$$18x - 3x = 30 \cdot 2$$

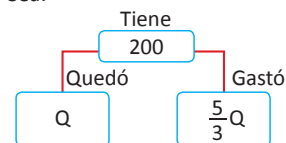
$$15x = 60$$

$$x = 4$$

$$\Rightarrow \text{Piden: } x - 2 = 4 - 2 = 2$$

Clave A

- 11 Sea:



Del enunciado:

$$Q + \frac{5}{3}Q = 200$$

$$3Q + 5Q = 600$$

$$8Q = 600$$

$$Q = 75$$

$$\Rightarrow \text{Lo que gastó es:}$$

$$\frac{5}{3}Q = \frac{5}{3} \cdot 75 = S/.125$$

Clave A

- 12 Sea:

$$\text{Elvis tiene: } E \quad \text{Elvis tiene: } E - 30$$

$$\text{Kelly tiene: } K \quad \text{Kelly tiene: } K + 30$$

Del enunciado:

$$E - 30 = K + 30$$

$$E - K = 60$$

$$\left. \begin{aligned} E - K &= 60 \\ E + K &= 230 \end{aligned} \right\} (+)$$

$$2E = 290$$

$$\therefore E = S/.145$$

Clave C

- 13 Sea:

$$1.^a: x$$

$$2.^a: x - 40$$

$$3.^a: (x + x - 40) + 45$$

Del enunciado:

$$x + x - 40 + (x + x - 40) + 45 = 525$$

$$4x = 560$$

$$x = 140$$

$$\therefore \text{A la tercera le toca:}$$

$$2x + 5 = 2 \cdot 140 + 5 = S/.285$$

Clave B

- 14 Sea:

$$1.^a: x$$

$$2.^a: 2x$$

$$3.^a: 3x$$

$$\text{Del enunciado: } x + 2x + 3x = 342$$

$$6x = 342$$

$$x = 57$$

$$\therefore \text{A la tercera le toca:}$$

$$3x = 3 \cdot 57 = S/.171$$

Clave E

## REFUERZA PRACTICANDO NIVEL 1 (página 15)

- 1 Número de conejos:  $y$

Número de gallinas:  $x$

$$2y + 2x = (4y + 2x) - 24$$

$$24 = 2y$$

$$12 = y$$

Clave C



2 Café:  $c$  y leche:  $\ell$   
 $4\ell + 2c = 20 \quad \dots(1)$   
 $\ell + 3c = 10 \quad \dots(2)$

(2) en (1):

$$\begin{aligned} 4(10 - 3c) + 2c &= 20 \\ 40 - 12c + 2c &= 20 \\ 40 - 10c &= 20 \\ 20 &= 10c \\ 2 &= c \\ 4 &= \ell \end{aligned}$$

Clave C

3 Pantalón:  $P$   
 Camisa:  $C$   
 $P + 3C = 450 \quad \dots(1)$   
 $2P + C = 450 \quad \dots(2)$

Reemplazamos (1) en (2):

$$\begin{aligned} 2(450 - 3C) + C &= 450 \\ 900 - 6C + C &= 450 \\ 450 &= 5C \\ 90 &= C \end{aligned}$$

En (2):

$$\begin{aligned} 2P + 90 &= 450 \\ P &= 180 \end{aligned}$$

Luego:

$$\begin{aligned} P + C &= 180 + 90 = 270 \text{ min.} \\ 270 \text{ minutos} &= 4 \text{ horas } 30 \text{ min.} \end{aligned}$$

Clave B

4

$100\,000 + x$	Tercer piso
$300\,000$	Segundo piso
$500\,000 - x$	Primer piso

$$100\,000 + x + 300\,000 = 500\,000 - x$$

$$2x = 100\,000$$

$$x = 50\,000$$

Clave B

5 Salón A:  $x$  n.º de veces que salen  
 Salón B:  $x$  los alumnos:  $y$

$$\begin{aligned} x - 4y &= 28 \\ x - 7y &= 4 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} (-)$$

$$\begin{aligned} 3y &= 24 \\ y &= 8 \end{aligned}$$

Luego, reemplazamos  $y$  en la 1.ª ecuación:

$$\begin{aligned} x - 4y &= 28 \\ x - 4(8) &= 28 \\ x &= 60 \end{aligned}$$

Clave C

6 Sean los ángulos del pentágono:  
 $\alpha; \alpha + 1^\circ; \alpha + 2^\circ; \alpha + 3^\circ; \alpha + 4^\circ$   
 Sabemos que  $\text{Sm} \angle i = 180^\circ(n - 2)$ ,  
 luego:  
 $\alpha + \alpha + 1^\circ + \alpha + 2^\circ + \alpha + 3^\circ + \alpha + 4^\circ = 540^\circ$   
 $5\alpha + 10^\circ = 540^\circ$   
 $5\alpha = 530^\circ$   
 $\alpha = 106^\circ$   
 $\Rightarrow \alpha + 2^\circ = 108^\circ$

Clave C

7 Sean los números:  $a \wedge b$  ( $a > b$ )  
 $a + b = 94 \quad \dots(1)$   
 $a = 3b + 14 \quad \dots(2)$   
 Reemplazamos (2) en (1):  
 $3b + 14 + b = 94$

$$\begin{aligned} 4b &= 80 \\ b &= 20 \\ a &= 74 \end{aligned}$$

$$\text{Luego: } a - b = 74 - 20 = 54$$

Clave D

8  $a - b = 36 \quad \dots(1)$   
 $a = 3b + 2 \quad \dots(2)$   
 Reemplazamos (2) en (1):  
 $3b + 2 - b = 36$   
 $2b = 34$   
 $b = 17 \Rightarrow a = 53$

Clave C

#### NIVEL 2 (página 15)

9 Sea el número:  $x$   
 Del enunciado tenemos:  
 $\frac{x}{2} + 2x + \frac{x}{3} + 3x = 70$   
 Resolviendo obtenemos:  $x = 12$   
 $\therefore \Sigma \text{cifras} = 1 + 2 = 3$

Clave E

10 Sea el número:  $x$   
 Del enunciado tenemos:  
 $\frac{800}{x} = 1000$   
 $x = \frac{800}{1000} = \frac{4}{5}$   
 $\therefore$  Dicho número es  $\frac{4}{5}$ .

Clave C

11 Precio de un caballo:  $x$   
 Precio de un burro:  $y$   
 Del enunciado:  
 $4x + 4y = 5x + 3y - 5000$   
 $5000 = x - y$

Clave A

12 350 preguntas  
 50: matemática  
 300: otro curso  
 $t_m = 2t$   
 ( $t$ : tiempo empleado en resolver cada pregunta de otro curso)  
 $50t_m + 300t = 180$   
 $50(2t) + 300t = 180$   
 $400t = 180$   
 $t = \frac{9}{20}$

$$t_m = 2 \cdot \frac{9}{20} = \frac{9}{10}$$

El tiempo para resolver una pregunta de matemática es:

$$\frac{9}{10} \text{ min}$$

Para 50 preguntas el tiempo total será:

$$50 \times \frac{9}{10} = 45 \text{ min}$$

Clave A

13 Sea el número:  $a$   
 $a - 30 = \frac{3}{5}a$   
 $5a - 150 = 3a$   
 $2a = 150$   
 $a = 75$

Luego:

$$a - x = \frac{2}{3}a$$

$$75 - x = \frac{2}{3}(75)$$

$$\begin{aligned} 75 - x &= 50 \\ x &= 25 \end{aligned}$$

Clave E

14  $A + B = 123 \quad \dots(1)$   
 $A = 2(A - B) + 6$   
 $A = 2A - 2B + 6$   
 $A = 2B - 6 \quad \dots(2)$   
 Reemplazamos (2) en (1):  
 $2B - 6 + B = 123$   
 $3B = 123 + 6$   
 $3B = 129$   
 $B = 43$   
 $A = 80$

Clave C

15  $x = 2y + 9 \quad \dots(1)$   
 $x + y = 2(x - y) + 18$   
 $x + y = 2x - 2y + 18$   
 $x = 3y - 18 \quad \dots(2)$



Reemplazamos (2) en (1):

$$3y - 18 = 2y + 9$$

$$y = 27$$

$$x = 63$$

Clave A

16 Sean los números: a; b y c

$$a + b + c = 6 \quad \dots(1)$$

$$2a + b = 3c + 5 \quad \dots(2)$$

$$3a - c = b + 6 \quad \dots(3)$$

Sumamos (2) y (3):

$$5a + b - c = 3c + b + 11$$

$$5a - 4c = 11$$

Sumamos (1) y (3):

$$4a + b = b + 12$$

$$4a = 12$$

$$a = 3$$

$$\Rightarrow c = 1 \wedge b = 2$$

Piden:

$$2a + 3b = 2(3) + 3(2) = 12$$

Clave B

17  $\overline{ab} + 13 = 5(2b) + 9$

$$10a + b + 13 = 10b + 9$$

$$4 = 9b - 10a$$

$$\begin{array}{r} \phantom{0} 4 \\ \phantom{0} \downarrow \\ \phantom{0} 6 \phantom{0} 5 \end{array}$$

$$\text{Luego: } \overline{ab} = 56$$

Clave C

### NIVEL 3 (página 16)

18 Bicicletas: b

Motocicletas: m

Automóviles: a

$$m + a = 38 \quad \dots(1)$$

$$2b + 2m + 4a = 148$$

$$b + m + 2a = 74 \quad \dots(2)$$

$$m + a + b = 50 \quad \dots(3)$$

Reemplazamos (3) en (2):

$$\overline{b + m + a + a} = 74$$

$$50 + a = 74$$

$$a = 24$$

Luego en (1):

$$m + 24 = 38$$

$$m = 14$$

Clave C

19 Sea el número:  $\overline{ab}$

$$(a + b)^2 = 121 \Rightarrow a + b = 11 \quad \dots(1)$$

$$(a + b)^2 - a^2 - 2ab = 81$$

$$a^2 + b^2 + 2ab - a^2 - 2ab = 81$$

$$b^2 = 81$$

$$b = 9$$

Luego en (1):

$$a + b = 11 \Rightarrow \overline{a} = 2$$

$$\text{El número es: } \overline{ab} = 29$$

Clave E

20 Ayer: x

Hoy: y

$$y - x = 1 \quad \dots(1)$$

$$x + y = 25 + \frac{2}{5}x$$

$$3x + 5y = 125 \quad \dots(2)$$

Multiplicamos (1) por 3 y le sumamos (2):

$$3y - 3x = 3 \quad \dots(+)$$

$$3x + 5y = 125$$

$$8y = 128$$

$$y = 16$$

$$x = 15$$

$$\text{Ayer gané: } S/.15$$

Clave A

21 Sean los números: a  $\wedge$  b ( $a < b$ )

$$a + b = S \quad \dots(1)$$

$$\frac{a + N}{b - N} = \frac{b}{a}$$

$$a^2 + Na = b^2 - bN$$

$$N(a + b) = b^2 - a^2$$

$$N(a + b) = (b - a)(b + a)$$

$$N = b - a \quad \dots(2)$$

De (1) y (2):

$$a = \frac{S - N}{2}$$

Clave A

22 Sea el número: a

$$\left[ \frac{a}{8} \left( a + \frac{a}{3} \right) \right] - \frac{a}{6} = 2$$

$$\frac{a^2}{6} - \frac{a}{6} = 2$$

$$a^2 - a = 12$$

$$a(a - 1) = 12$$

$$\Rightarrow a = 4$$

Clave B

23 Sean los divisores: x; x + 1

Dividendo: a

Cociente: 45

$$r_1 + r_2 = 73 \quad \dots(1)$$

$$a = 45x + r_1 \wedge a = 45(x + 1) + r_2$$

Entonces:

$$45x + r_1 = 45(x + 1) + r_2$$

$$45x + r_1 = 45x + 45 + r_2$$

$$r_1 - r_2 = 45 \quad \dots(2)$$

De (1) y (2) tenemos:

$$r_1 = 59 \wedge r_2 = 14$$

Clave B

24 a  $\begin{array}{|c|} \hline \text{Inicio} \\ \hline \end{array} \Rightarrow 2p = 2(a + b)$

Final

a + x  $\begin{array}{|c|} \hline \end{array} \Rightarrow 2p = 2(a + b + 2x)$

$$A_1 = ab \quad A_2 = (a + x)(b + x)$$

$$A_2 = ab + x(a + b) + x^2$$

$$\Rightarrow A_2 - A_1 = ab + x(a + b) + x^2 - ab$$

$$A_2 - A_1 = x^2 + px$$

Clave A

25 Sea el número: z

$$zxy = z + a$$

$$100z + 10x + y = z + a$$

$$99z = a - 10x - y$$

$$z = \frac{a - 10x - y}{99}$$

Clave D

26  $\frac{A}{B} = \frac{m}{n} \Rightarrow An = Bm$

$$\frac{A + n}{B + x} = \frac{m}{n}$$

$$An + n^2 = Bm + xm$$

$$Bm + n^2 = Bm + xm$$

$$\frac{n^2}{m} = x$$

Clave C



## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 21)

- 1 Sea:  $x$  la edad actual de Juan

	Presente	Dentro de 18 años
Juan	$x$	$x + 18$

Del enunciado tenemos:

$$x + 18 = 3x$$

$$18 = 2x$$

$$\therefore \text{Juan tiene: } x = 9 \text{ años}$$

Clave D

- 2 Sea:  $x$  la edad actual de Pepito

	Hace 10 años	Presente
Pepito	$x - 10$	$x$

Del enunciado tenemos:

$$x - 10 = \frac{x}{3}$$

$$3(x - 10) = x$$

$$3x - 30 = x$$

$$2x = 30$$

$$\therefore \text{Pepito tiene: } x = 15 \text{ años}$$

Clave A

- 3 Sea:  $x$  la edad actual

	Hace 5 años	Presente	Dentro de 15 años
Yo	$x - 5$	$x$	$x + 15$

Del enunciado tenemos:

$$x + 15 = 2(x - 5)$$

$$x + 15 = 2x - 10$$

$$25 = x$$

$$\therefore \text{Yo tengo: } x = 25 \text{ años}$$

Clave E

- 4 Sea:  $x$  la edad actual

	Hace 2 años	Presente	Dentro de 8 años
Yo	$x - 2$	$x$	$x + 8$

Del enunciado tenemos:

$$x + 8 = 3(x - 2)$$

$$x + 8 = 3x - 6$$

$$14 = 2x$$

$$x = 7$$

$$\therefore \text{Dentro de 10 años tendré:}$$

$$7 + 10 = 17 \text{ años}$$

Clave B

- 5 Edad actual : 45 años

$$\text{Hace 15 años tenía: } 45 - 15 = 30$$

$$\text{El doble de esa edad es: } 2(30) = 60$$

$$\therefore \text{Antonio tendrá 60 años dentro de: } 60 - 45 = 15 \text{ años}$$

Clave C

- 6 Sea:  $x$  la edad actual de Doris

	Hace 4 años	Presente
Miguel	$x - 9$	$x - 5$
Doris	$x - 4$	$x$

Del enunciado tenemos:

$$(x - 9) + (x - 4) = 21$$

$$2x - 13 = 21$$

$$2x = 34$$

$$\therefore \text{Doris tiene: } x = 17 \text{ años}$$

Clave D

- 7 Sea:  $x$  la edad actual de Jesús

	Hace 5 años	Presente
Rosa	$4x - 5$	$4x$
Jesús	$x - 5$	$x$

Del enunciado tenemos:

$$(4x - 5) + (x - 5) = 40$$

$$5x - 10 = 40$$

$$5x = 50$$

$$\therefore \text{Jesús tiene: } x = 10 \text{ años}$$

Clave A

- 8 Sea:  $x$  el número de años que pasan

	Presente	Dentro de $x$ años
Manuel	36	$36 + x$
Sara	12	$12 + x$

Del enunciado tenemos:

$$36 + x = 2(12 + x)$$

$$36 + x = 24 + 2x$$

$$12 = x$$

$$\therefore \text{Tendrán que pasar: } x = 12 \text{ años}$$

Clave E

- 9 Sea:  $x$  la edad que tengo actualmente

	Hace 20 años	Presente	Dentro de 60 años
Yo	$x - 20$	$x$	$x + 60$

Del enunciado tenemos:

$$x + 60 = 3(x - 20)$$

$$x + 60 = 3x - 60$$

$$120 = 2x$$

$$\therefore \text{Actualmente tengo: } x = 60 \text{ años}$$

Clave D

- 10 Sea:  $x$  la edad actual de Marcos

	Presente
Hugo	$x - 9$
Marcos	$x$

Del enunciado tenemos:

$$(x - 9) + (x) = 41$$

$$2x - 9 = 41$$

$$2x = 50$$

$$\therefore \text{Marcos tiene: } x = 25 \text{ años}$$

Clave A

- 11 Sea:  $x$  la edad actual de Rita

	Presente	Dentro de 4 años
Juan	$x + 2$	$x + 2 + 4$
Rita	$x$	$x + 4$

Del enunciado tenemos:

$$x + 2 + 4 + x + 4 = 38$$

$$2x + 10 = 38$$

$$2x = 28$$

$$x = 14$$

$$\therefore \text{Rita tuvo hace 5 años:}$$

$$14 - 5 = 9 \text{ años}$$

Clave B

- 12 Sea:  $x$  la edad actual que tiene Kelly

	Hace 5 años	Presente
Luis	$4x - 5$	$4x$
Kelly	$x - 5$	$x$

Del enunciado tenemos:

$$4x - 5 = 7(x - 5)$$

$$4x - 5 = 7x - 35$$

$$30 = 3x$$

$$\therefore \text{Kelly tiene: } x = 10 \text{ años}$$

Clave E

- 13 Sea:  $x$  los años hacia el pasado

	Hace $x$ años	Presente	Dentro de 12 años
Yo	$15 - x$	15	27

Del enunciado tenemos:

$$15 - x = \frac{1}{3} \cdot 27$$

$$15 - x = 9$$

$$\therefore x = 6 \text{ años}$$

Clave C

- 14 Sea:  $x$  la edad actual de Miguel

	Hace 5 años	Presente
Miguel	$x - 5$	$x$
Naty	$x - 10 - 5$	$x - 10$



Del enunciado tenemos:

$$\begin{aligned}x - 5 &= 3(x - 15) \\x - 5 &= 3x - 45 \\45 - 5 &= 3x - x \\40 &= 2x\end{aligned}$$

∴ Miguel tiene:  $x = 20$  años

**Clave A**

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 23)

- 1 Sea:  $x$  la edad actual de Pedro.

	Hace 27 años	Presente
Pedro	$x - 27$	$x$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{aligned}x &= 4(x - 27) \\x &= 4x - 108 \\27 \cdot 4 &= 3x \\x &= 36\end{aligned}$$

∴ Pedro tiene 36 años.

**Clave D**

- 2 Sea:  $x$  la edad actual de Alejandro

	Presente	Dentro de 40 años
Alejandro	$x$	$x + 40$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{aligned}x + 40 &= 6x \\40 &= 5x \\x &= 8\end{aligned}$$

∴ Alejandro tiene 8 años.

**Clave E**

- 3 Sea:  $x$  la edad actual de Liz

	Hace 18 años	Presente
Liz	$x - 18$	$x$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{aligned}x - 18 &= \frac{x}{3} \\\frac{2x}{3} &= 18 \Rightarrow x = 27\end{aligned}$$

∴ Liz tiene 27 años.

**Clave A**

- 4 Sea:  $x$  la edad actual de Luz

	Hace 8 años	Presente
Luz	$x - 8$	$x$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{aligned}x &= 3(x - 8) \\x &= 3x - 24 \\24 &= 2x \\x &= 12\end{aligned}$$

∴ Dentro de 6 años Luz tendrá:  
 $12 + 6 = 18$  años

**Clave E**

- 5 Sea:  $x$  la edad actual de Luis

	Hace 7 años	Presente
Luis	$x - 7$	$x$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{aligned}x &= 2(x - 7) \\x &= 2x - 14 \Rightarrow x = 14\end{aligned}$$

∴ Luis tiene 14 años.

**Clave B**

- 6 Sea:  $x$  la edad actual de Héctor

	Hace 3 años	Presente	Dentro de 12 años
Héctor	$x - 3$	$x$	$x + 12$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{aligned}x + 12 &= 2(x - 3) \\x + 12 &= 2x - 6 \\x &= 18\end{aligned}$$

∴ Héctor tiene 18 años.

**Clave D**

- 7 Sea:  $x$  la edad actual de Juana

	Hace 4 años	Presente	Dentro de 20 años
Juana	$x - 4$	$x$	$x + 20$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{aligned}x + 20 &= 4(x - 4) \\x + 20 &= 4x - 16 \\36 &= 3x \Rightarrow x = 12\end{aligned}$$

∴ Juana tiene 12 años.

**Clave C**

- 8 Sea:  $x$  la edad actual de Paúl.

	Hace 5 años	Presente	Dentro de 15 años
Paúl	$x - 5$	$x$	$x + 15$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{aligned}x + 15 &= 3(x - 5) \\x + 15 &= 3x - 15 \\30 &= 2x \Rightarrow x = 15\end{aligned}$$

∴ Paúl tiene 15 años.

**Clave E**

- 9 Sea:  $x$  la edad actual de Ismael

	Hace 6 años	Presente	Dentro de 9 años
Ismael	$x - 6$	$x$	$x + 9$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{aligned}x - 6 &= \frac{1}{2}(x + 9) \\2(x - 6) &= x + 9 \\2x - 12 &= x + 9 \\x &= 21\end{aligned}$$

∴ Ismael tiene 21 años.

**Clave A**

- 10 Sea:  $x$  la edad actual de la hermana

	Hace 4 años	Presente	Dentro de 4 años
Hermana	$x - 4$	$x$	$x + 4$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{aligned}3(x + 4) - 3(x - 4) &= 2x \\3x + 12 - 3x + 12 &= 2x \\24 &= 2x \\x &= 12\end{aligned}$$

∴ Mi hermana tiene 12 años.

**Clave D**

### NIVEL 2 (página 24)

- 11 Sea:  $x$  la edad actual del hijo

	Hace 10 años	Presente
Padre	$2x - 10$	$2x$
Hijo	$x - 10$	$x$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{aligned}2x - 10 &= 3(x - 10) \\2x - 10 &= 3x - 30 \\x &= 20\end{aligned}$$

∴ El hijo tiene 20 años.

**Clave E**

- 12 Sea:  $x$  la edad actual del padre

	Hace 20 años	Presente
Padre	$2x - 20$	$2x$
Hijo	$x - 20$	$x$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{aligned}2x - 20 &= 4(x - 20) \\2x - 20 &= 4x - 80 \\60 &= 2x \\x &= 30\end{aligned}$$

∴ El papá tiene 60 años.

**Clave D**

- 13 Sea:  $x$  la edad actual del abuelo

	Hace 10 años	Presente	Dentro de 5 años
Abuelo	$x - 10$	$x$	$x + 5$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{aligned}4(x + 5) - 4(x - 10) &= x \\4x + 20 - 4x + 40 &= x \\x &= 60\end{aligned}$$

∴ El abuelo tiene 60 años.

**Clave A**

- 14 Sea:  $3x$  la edad actual de Diana

	Presente	Dentro de 8 años
Diana	$3x$	$3x + 8$
Lourdes	$x$	$x + 8$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{aligned}3x + 8 &= 2(x + 8) \\3x + 8 &= 2x + 16 \\x &= 8\end{aligned}$$

∴ Diana tiene 24 años.

**Clave C**



- 15 Sea:  $3x$  la edad actual de María

	Presente	Dentro de 5 años
María	$3x$	$3x + 5$
Jesús	$x$	$x + 5$

Del enunciado tenemos:

$$3x + 5 = 2(x + 5)$$

$$3x + 5 = 2x + 10 \Rightarrow x = 5$$

$\therefore$  María tiene 15 años.

**Clave B**

- 16 Sea:  $x$  la edad actual de Beto

	Hace 10 años	Presente	Dentro de 10 años
Beto	$x - 10$	$x$	$x + 10$

Del enunciado tenemos:

$$\frac{x}{2} = (x + 10) - (x - 10)$$

$$\frac{x}{2} = 20 \Rightarrow x = 40$$

$\therefore$  Beto tiene 40 años.

**Clave D**

- 17 Sea:  $x$  la edad actual de Manuel

	Hace 2 años	Presente	Dentro de 2 años	Dentro de 8 años
Manuel	$x - 2$	$x$	$x + 2$	$x + 8$

Del enunciado tenemos:

$$5(x + 2) - 5(x - 2) = x + 8$$

$$5x + 10 - 5x + 10 = x + 8$$

$$x = 12$$

$\therefore$  Manuel tiene 12 años.

**Clave C**

- 18 Sea:  $x$  la edad actual del alumno

	Hace 3 años	Presente	Dentro de 3 años
Alumno	$x - 3$	$x$	$x + 3$

Del enunciado tenemos:

$$2(x + 3) - 2(x - 3) = x$$

$$2x + 6 - 2x + 6 = x \Rightarrow x = 12$$

$\therefore$  El alumno tiene 12 años.

**Clave A**

- 19 Sea:  $x$  la edad actual de Andrés

	Hace 6 años	Presente	Dentro de 6 años
Andrés	$x - 6$	$x$	$x + 6$

Del enunciado tenemos:

$$3(x + 6) - 3(x - 6) = x$$

$$3x + 18 - 3x + 18 = x$$

$$x = 36$$

$\therefore$  Andrés tiene 36 años.

**Clave B**

- 20 Sea:  $2x$  mi edad actual

	Hace 7 años	Presente	Dentro de 5 años
Yo	$2x - 7$	$2x$	$2x + 5$
Tu	$x - 7$	$x$	$x + 5$

Del enunciado tenemos:

$$2x + 5 = 3(x - 7)$$

$$2x + 5 = 3x - 21 \Rightarrow x = 26$$

$\therefore$  Yo tengo:  $2(26) = 52$  años

**Clave B**

### NIVEL 3 (página 25)

- 21 Sea:  $x$  la edad actual de Gisela

	Hace 3 años	Presente	Dentro de 3 años
Gisela	$x - 3$	$x$	$x + 3$

Del enunciado tenemos:

$$\frac{1}{3}(x + 3) - \frac{1}{3}(x - 3) = \frac{1}{9}(x)$$

$$\frac{x + 3 - x + 3}{3} = \frac{x}{9} \Rightarrow x = 18$$

$\therefore$  Gisela tiene 18 años.

**Clave D**

- 22 Sea:  $x$  mi edad actual

	Presente	Dentro de 45 años
Yo	$x$	$x + 45$

Del enunciado tenemos:

$$x = \frac{1}{4}(x + 45)$$

$$4x = x + 45$$

$$x = 15$$

$\therefore$  Mi edad es de 15 años.

**Clave D**

- 23 Sea:  $x$  la edad actual de la hija.

	Hace 8 años	Presente	Dentro de 2 años
Hija	$x - 8$	$x$	$x + 2$

Del enunciado tenemos:

$$5(x + 2) - 4(x - 8) = 3x$$

$$5x + 10 - 4x + 32 = 3x$$

$$x + 42 = 3x$$

$$42 = 2x$$

$\therefore$  La hija tiene 21 años.

**Clave E**

- 24 Sea:  $(x + 8)$  la edad actual del hermano mayor

	Presente	Dentro de 10 años
Mayor	$x + 8$	$x + 8 + 10$
Menor	$x$	$x + 10$

Del enunciado tenemos:

$$x + 8 + 10 + x + 10 = 82$$

$$2x + 28 = 82$$

$$x = 27$$

$\therefore$  El mayor tiene:  $27 + 8 = 35$  años

**Clave E**

- 25 Sea:  $5x$  la edad actual de Miluska

	Presente	Dentro de 5 años
Miluska	$5x$	$5x + 5$
Hijo	$x$	$x + 5$

Del enunciado tenemos:

$$5x + 5 = 3(x + 5)$$

$$5x + 5 = 3x + 15$$

$$x = 5$$

Miluska: 25

Hijo: 5

$\therefore$  Miluska tenía  $25 - 5 = 20$  años cuando su hijo nació.

**Clave D**

- 26 Sea:  $x$  la edad de la mayor

	Presente	Dentro de 10 años
Mayor	$x$	$x + 10$
Menor	$48 - x$	$48 - x + 10$

Del enunciado tenemos:

$$x + 10 - (48 - x + 10) = 16$$

$$x + 10 - 48 + x - 10 = 16$$

$$2x = 64$$

$$x = 32$$

**Clave E**

- 27 Sea:  $x$  la edad actual de Teresa

	Pasado	Presente
María	$x$	30
Teresa	10	$x$

$$x - 10 = 30 - x$$

$$2x = 40$$

$\therefore$  Teresa tiene 20 años.

**Clave D**



- 28** Sea:  $x + 15$  la edad actual del nieto

	Hace 15 años	Presente
Abuelo	$15x$	$15x + 15$
Nieto	$x$	$x + 15$

Del enunciado del problema tenemos:

$$x + 15 = \frac{3}{10}(15x + 15)$$

$$10x + 150 = 45x + 45$$

$$105 = 35x$$

$$x = 3$$

∴ El nieto tiene:  $3 + 15 = 18$  años

- 29** Sea:  $5x + 12$  la edad actual del padre

	Hace 12 años	Presente
Padre	$5x$	$5x + 12$
Hijo	$x$	$x + 12$

**Clave B**

Del enunciado tenemos:

$$x + 12 = \frac{3}{7}(5x + 12)$$

$$7(x + 12) = 3(5x + 12)$$

$$7x + 84 = 15x + 36$$

$$48 = 8x$$

$$x = 6$$

∴ El padre tiene:  $5(6) + 12 = 42$  años

**Clave C**

- 30** Sea:  $3x$  la edad del padre

Sea:  $x$  la edad del hijo

Del enunciado tenemos:

$$3x + x = 60$$

$$4x = 60$$

$$x = 15$$

∴ El padre tiene:  $3(15) = 45$  años

**Clave A**

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 32)

### 1 Aplicando el método del rombo, tenemos:

- Total de elementos: 38 animales
- Especies y su valor:  
conejes  $\Rightarrow$  4 patas  
patos  $\Rightarrow$  2 patas
- Valor total: 116 patas

$$\begin{array}{c} \times \quad 4 \quad - \\ 38 \quad \downarrow \quad 116 \\ \quad (-) \quad \downarrow \\ \quad \quad 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{n.º de patos} = \frac{38 \cdot 4 - 116}{4 - 2} = 18 \\ \Rightarrow \text{n.º de patos} + \text{n.º de conejes} = 38 \\ 18 + \text{n.º de conejes} = 38 \\ \therefore \text{n.º de conejes} = 20 \end{array}$$

Clave B

### 2 Aplicando el método del rombo, tenemos:

- Total de elementos: 40 monedas
- Especies y su valor:  
monedas de S/.5  
monedas de S/.2
- Valor total S/164

$$\begin{array}{c} \times \quad S/.5 \quad - \\ 40 \quad \downarrow \quad S/164 \\ \quad (-) \quad \downarrow \\ \quad \quad S/.2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{n.º de monedas de S/.2} = \frac{40 \cdot 5 - 164}{5 - 2} = 12 \\ \Rightarrow \text{n.º de monedas S/.2} + \text{n.º de monedas S/.5} = 40 \\ 12 + \text{n.º de monedas S/.5} = 40 \\ \therefore \text{n.º de monedas de S/.5} = 28 \end{array}$$

Clave E

### 3 Aplicando el método del rombo, tenemos:

- Total de elementos: 196 personas
- Especies y su valor:  
entradas adultos: S/.10  
entrada niños: S/.6
- Valor total: S/1856

$$\begin{array}{c} \times \quad S/.10 \quad - \\ 196 \quad \downarrow \quad S/1856 \\ \quad (-) \quad \downarrow \\ \quad \quad S/.6 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{n.º de entradas S/.6} \\ = \frac{196 \cdot 10 - 1856}{10 - 6} = 26 \\ \therefore \text{Asistieron 26 niños.} \end{array}$$

Clave A

### 4 Aplicando el método del cangrejo, tenemos:

$$\begin{array}{c} \times 6 \div 10 \quad ( )^2 + 16 \quad \sqrt{\phantom{x}} \\ 5 \quad 30 \quad 3 \quad 9 \quad 25 \quad = 5 \end{array} \quad \therefore \text{Tengo 5 polos}$$

$$\begin{array}{c} \div 6 \times 10 \quad \sqrt{\phantom{x}} - 16 \quad ( )^2 \\ \phantom{5} \end{array}$$

Clave D

### 5 Aplicando el método del cangrejo, tenemos:

$$\begin{array}{c} \times 5 + 16 \quad \sqrt{\phantom{x}} \div 3 + 7 \quad ( )^2 \\ 13 \quad 65 \quad 81 \quad 9 \quad 3 \quad 10 \quad = 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \div 5 - 16 \quad ( )^2 \times 3 - 7 \quad \sqrt{\phantom{x}} \\ \phantom{13} \end{array}$$

$\Rightarrow$  El número es 13  $\therefore$  La suma de cifras es:  $1 + 3 = 4$

Clave C

### 6 Aplicando el método del cangrejo, tenemos:

$$\begin{array}{c} -2 \div 2 \quad +4 \div 2 \\ 26 \quad 24 \quad 12 \quad 16 \quad = 8 \end{array} \quad \therefore \text{Inicialmente había 26 litros.}$$

$$\begin{array}{c} +2 \times 2 \quad -4 \times 2 \\ \phantom{26} \end{array}$$

Clave E

### 7 Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

- 7 gallinas  $\Leftrightarrow$  2 pavos
- 5 pavos  $\Leftrightarrow$  14 patos
- 8 patos  $\Leftrightarrow$  3 conejos
- 1 conejo  $\Leftrightarrow$  30 soles
- x soles  $\Leftrightarrow$  4 gallinas

$$(7) \cdot (5) \cdot (8) \cdot (1) \cdot (x) \Leftrightarrow (2) \cdot (14) \cdot (3) \cdot (30) \cdot (4)$$

$$x \Leftrightarrow 36 \text{ soles}$$

$\therefore$  4 gallinas costarán 36 soles.

Clave B

### 8 Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

- 2 kg frijoles  $\Leftrightarrow$  3 kg azúcar
- 5 kg azúcar  $\Leftrightarrow$  4 lápices
- 3 cuadernos  $\Leftrightarrow$  30 soles
- 8 lápices  $\Leftrightarrow$  4 cuadernos
- x soles  $\Leftrightarrow$  6 kg frijoles

$$(2) \cdot (5) \cdot (3) \cdot (8) \cdot (x) \Leftrightarrow (3) \cdot (4) \cdot (30) \cdot (4) \cdot (6)$$

$$x \Leftrightarrow 36 \text{ soles}$$

$\therefore$  6 kg de frijoles costarán 36 soles.

Clave A

### 9 Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

- trabajo 4 niños  $\Leftrightarrow$  trabajo 3 niñas
- trabajo 2 niñas  $\Leftrightarrow$  trabajo 1 mujer
- trabajo 3 mujeres  $\Leftrightarrow$  trabajo 1 hombre
- trabajo x hombres  $\Leftrightarrow$  trabajo 8 niños

$$(4) \cdot (2) \cdot (3) \cdot (x) \Leftrightarrow (3) \cdot (1) \cdot (1) \cdot (8)$$

$$x \Leftrightarrow 1 \text{ hombre}$$

$\therefore$  Equivale al trabajo de 1 hombre.

Clave B

### 10 Aplicando el método del rectángulo, tenemos:

$$\begin{array}{c} S/.18 \quad \text{pierdo } S/.28 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{ganó } S/.72 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{n.º de cajas} \\ = \frac{28 + 72}{22 - 18} = 25 \\ \therefore \text{Tiene 25 cajas de gaseosa.} \end{array}$$

Clave B

### 11 Aplicando el método del rectángulo, tenemos:

$$\begin{array}{c} 6 \text{ caramelos} \quad \text{le sobra 18 caramelos} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 8 \text{ caramelos} \quad \text{le falta 12 caramelos} \end{array}$$

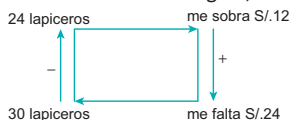
$$\text{n.º de alumnos} = \frac{18 + 12}{8 - 6} = 15$$

$\therefore$  El n.º de alumnos es 15.

Clave C



- 12) Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



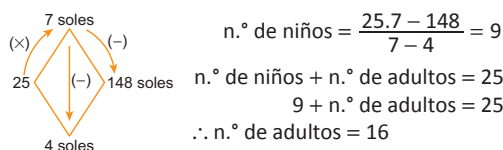
$$\text{Precio de 1 lapicero} = \frac{24 + 12}{30 - 24} = 6$$

∴ Cada lapicero cuesta S/.6.

Clave A

- 13) Aplicando el método del rombo, tenemos:

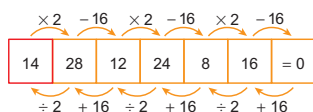
- Total de elementos: 25 pasajeros
- Especies y su valor:  
adulto paga: 7 soles  
niño paga: 4 soles
- Valor total: 148 soles



$$\begin{aligned} \text{n.º de niños} &= \frac{25 \cdot 7 - 148}{7 - 4} = 9 \\ \text{n.º de niños} + \text{n.º de adultos} &= 25 \\ 9 + \text{n.º de adultos} &= 25 \\ \therefore \text{n.º de adultos} &= 16 \end{aligned}$$

Clave D

- 14) Aplicando el método del congreso, tenemos:



∴ Al entrar tenía 14 soles.

Clave C

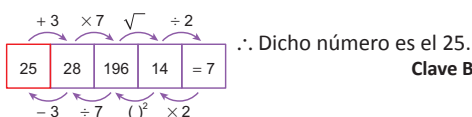
### REFUERZA PRACTICANDO NIVEL 1 (página 34)

- 1) Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

$$\begin{aligned} 8 \text{ soles} &\leftrightarrow 6 \text{ cruzadas} \\ 10 \text{ cruzadas} &\leftrightarrow 4 \text{ pesos} \\ 2 \text{ pesos} &\leftrightarrow 5 \text{ dólares} \\ 3 \text{ dólares} &\leftrightarrow x \text{ soles} \\ \hline 8 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 3 &= 6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot x \\ 4 &= x \\ \therefore \text{Dan 4 soles.} \end{aligned}$$

Clave D

- 2) Aplicando el método del cangrejo, tenemos:



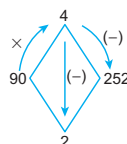
∴ Dicho número es el 25.

Clave B

- 3) Aplicando el método del rombo, tenemos:

Total de elementos: 90  
Especies y su valor:  
gallinas → 2 patas  
vacas → 4 patas

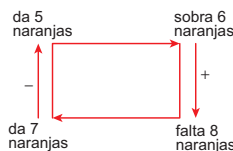
Valor total: 252 patas



$$\begin{aligned} \text{n.º de gallinas} &= \frac{90 \times 4 - 252}{4 - 2} = 54 \\ \therefore \text{Hay 54 gallinas.} \end{aligned}$$

Clave C

- 4) Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



$$\begin{aligned} \text{n.º de sobrinos} &= \frac{8 + 6}{7 - 5} = 7 \\ \therefore \text{El n.º de sobrinos es 7.} \end{aligned}$$

Clave A

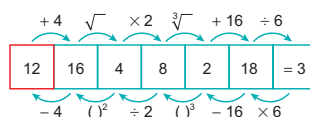
- 5) Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

$$\begin{aligned} 5 \text{ conejos} &\leftrightarrow 2 \text{ corderos} \\ 3 \text{ corderos} &\leftrightarrow 10 \text{ pollos} \\ 7 \text{ pollos} &\leftrightarrow 21 \text{ soles} \\ x \text{ soles} &\leftrightarrow 9 \text{ conejos} \\ \hline 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot x &= 2 \cdot 10 \cdot 21 \cdot 9 \\ x &= 36 \text{ soles} \end{aligned}$$

∴ Cuestan S/.36.

Clave E

- 6) Aplicando el método del cangrejo, tenemos:

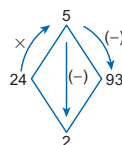


∴ La edad de Juan es 12 años.

Clave D

- 7) Aplicando el método del rombo, tenemos:

- Total de elementos: 24
- Especies y su valor:  
monedas → 2 soles  
monedas → 5 soles
- Valor total: 93 soles



$$\begin{aligned} \text{n.º de monedas S/.2} &= \frac{24 \cdot 5 - 93}{5 - 2} = 9 \end{aligned}$$

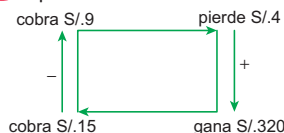
Además:

$$\begin{aligned} \text{n.º monedas de S/.5} + \text{n.º monedas de S/.2} &= 24 \\ x + 9 &= 24 \\ x &= 15 \end{aligned}$$

∴ n.º monedas de S/.5 es 15.

Clave B

- 8) Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



$$\begin{aligned} \text{n.º pasajeros} &= \frac{320 + 4}{15 - 9} = 54 \end{aligned}$$



⇒ El costo operativo es (C):

$$C = 54 \cdot 9 + 4 = 54 \cdot 15 - 320 = S/.490$$

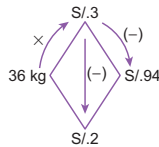
∴ El costo operativo es S/.490.

Clave E

9 Aplicando el método del rombo, tenemos:

Total de elementos: 36 kg

- Especies y su valor  
1 kg arroz caro → S/.3  
1 kg arroz barato → S/.2
- Valor total: S/.94



$$\begin{aligned} \text{n.º kg arroz barato} \\ = \frac{36 \cdot 3 - 94}{3 - 2} = 14 \end{aligned}$$

Además:

$$\text{n.º kg arroz barato} + \text{n.º kg arroz caro} = 36$$

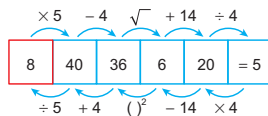
$$14 + x = 36$$

$$x = 22$$

∴ n.º de kilogramos de mejor precio es 22 kg.

Clave A

10 Aplicando el método del cangrejo, tenemos:



∴ El número inicial es 8.

Clave B

## NIVEL 2 (página 35)

11 Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

2 lomo saltado <> 3 arroz con pollo

7 arroz con pollo <> 42 soles

x soles <> 5 lomo saltado

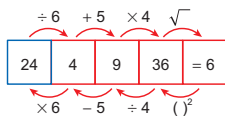
$$2 \cdot 7 \cdot x = 3 \cdot 42 \cdot 5$$

$$x = S/.45$$

∴ Costarán S/.45.

Clave A

12 Aplicando el método del cangrejo, tenemos:



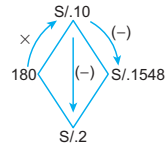
∴ Antonio tiene S/.24.

Clave C

13 Aplicando el método del rombo, tenemos:

- Total de elementos: 180 personas
- Especies y su valor:  
adultos → S/.10  
niños → S/.3

- Valor total: S/.1548



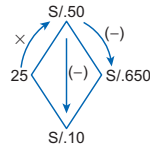
$$\text{n.º de niños} = \frac{180 \cdot 10 - 1548}{10 - 3} = 36$$

∴ Asistieron 36 niños.

Clave D

14 Aplicando el método del rombo, tenemos:

- Total de elementos: 25
- Especies y su valor:  
billetes → S/.10  
billetes → S/.50
- Valor total: S/.650

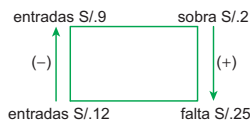


$$\text{n.º billetes S/.10} = \frac{25 \cdot 50 - 650}{50 - 10} = 15$$

∴ Se ha empleado 15 billetes de S/.20.

Clave A

15 Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



$$\text{n.º de amigos} = \frac{25 + 2}{12 - 9} = 9$$

∴ Al cine fueron 9 amigos.

Clave D

16 Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

2 aretes <> 3 sortijas

2 sortijas <> 5 cadenas

15 cadenas <> 8 medallas

x medallas <> 3 aretes

$$2 \cdot 2 \cdot 15 \cdot x = 3 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 3$$

$$x = 6$$

∴ Obtendré 6 medallas.

Clave C





17) Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

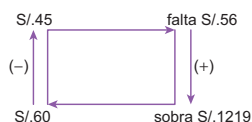
3 lapiceros  $\leftrightarrow$  5 lápices  
5 lápices  $\leftrightarrow$  9 reglas  
2 reglas  $\leftrightarrow$  3 soles  
x soles  $\leftrightarrow$  4 lapiceros

$$\frac{3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot x = 5 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 4}{x = 18}$$

$\therefore$  Cuesta 18 soles.

Clave B

18) Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



$$n.^{\circ} \text{ de clientes} = \frac{1219 + 56}{60 - 45} = 85$$

$\therefore$  n.º de clientes es 85.

Clave E

19) Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

8 kg cebolla  $\leftrightarrow$  12 kg zapallo  
5 kg zapallo  $\leftrightarrow$  3 soles  
x soles  $\leftrightarrow$  10 kg cebolla

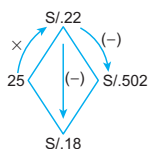
$$\frac{8 \cdot 5 \cdot x = 12 \cdot 3 \cdot 10}{x = 9}$$

$\therefore$  Costarán 9 soles.

Clave A

20) Aplicando el método del rombo, tenemos:

- Total de elementos: 25
- Especies y su valor  
camisa  $\rightarrow$  S/.18  
pantalones  $\rightarrow$  S/.22
- Valor total: S/.502



$$n.^{\circ} \text{ de camisas} = \frac{25 \cdot 22 - 502}{22 - 18} = 12$$

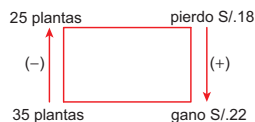
$$\begin{aligned} n.^{\circ} \text{ de camisas} + n.^{\circ} \text{ de pantalones} &= 25 \\ 12 + x &= 25 \\ x &= 13 \end{aligned}$$

$\therefore$  n.º de pantalones es 13.

Clave D

### NIVEL 3 (página 36)

21) Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



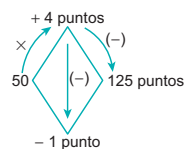
$$\text{Precio venta} = \frac{18 + 22}{35 - 25} = S/.4$$

$\therefore$  El precio de venta es 4 soles.

Clave B

22) Aplicando el método del rombo, tenemos:

- Total de elementos:  
50 preguntas
- Especies y su valor  
pregunta correcta  $\rightarrow$  +4 puntos  
pregunta incorrecta  $\rightarrow$  -1 punto
- Valor total: 125 puntos



$$n.^{\circ} \text{ de preguntas incorrectas} = \frac{50 \cdot 4 - 125}{4 - (-1)} = 15$$

Además:

$$\begin{aligned} n.^{\circ} \text{ de preg. incorrectas} + n.^{\circ} \text{ de preg. correctas} &= 50 \\ 15 + x &= 50 \\ x &= 35 \end{aligned}$$

$\therefore$  El n.º de preguntas correctas es 35.

Clave C

23) Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

2 cuadernos  $\leftrightarrow$  15 reglas  
6 reglas  $\leftrightarrow$  18 borradores  
1 borrador  $\leftrightarrow$  1 sol  
x soles  $\leftrightarrow$  8 cuadernos

$$\frac{2 \cdot 6 \cdot 1 \cdot x = 15 \cdot 18 \cdot 1 \cdot 8}{x = 180}$$

$\therefore$  Cuestan 180 soles.

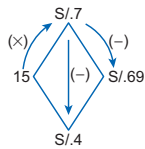
Clave A

24) Aplicando el método del rombo, tenemos:

- Total de elementos: 15
- Especies y su valor:  
1 pantalón  $\rightarrow$  S/.4  
1 casaca  $\rightarrow$  S/.7



- Valor total: S/.69



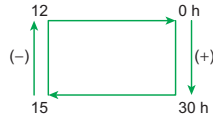
n.º de pantalones

$$= \frac{15 \cdot 7 - 69}{7 - 4} = 12$$

∴ El n.º de pantalones es 12.

**Clave E**

- 25** Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



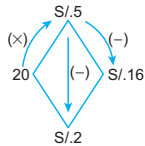
$$\text{n.º de horas por casa} = \frac{0 + 30}{15 - 12} = 10$$

∴ El n.º de horas por casa es 10.

**Clave A**

- 26** Aplicando el método del rectángulo, tenemos:

- Total de elementos: 20 preguntas
- Especies y su valor:  
respuesta correcta → + S/.5  
respuesta incorrecta → - S/.2
- Valor total: S/.16



n.º respuestas incorrectas

$$= \frac{20 \cdot 5 - 16}{5 - (-2)} = 12$$

$$\begin{array}{rcl} \text{n.º respuestas incorrectas} & + & \text{n.º respuestas correctas} = 20 \\ 12 & + & x = 20 \\ & & x = 8 \end{array}$$

∴ Contestó 8 preguntas.

**Clave E**

- 27** Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

2 lavadoras <> 5 DVD

9 DVD <> 4 TV

5 TV <> 3 equipo de sonido

2 equipos de sonido <> 1200 dólares

x dólares <> 1 lavadora

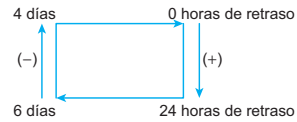
$$\frac{2 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 5 \cdot x}{x} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1200}{1}$$

$$x = 400$$

∴ El costo es de 400 dólares.

**Clave D**

- 28** Aplicando el método del rectángulo, tenemos:

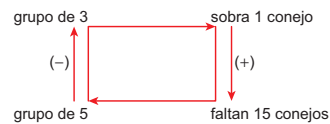


$$\Rightarrow \text{n.º horas diarias} = \frac{24 + 0}{6 - 4} = 12$$

∴ En 4 días demoraré:  $12 \cdot 4 = 48$  h

**Clave A**

- 29** Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



$$\text{n.º de conejeras} = \frac{15 + 1}{5 - 3} = 8$$

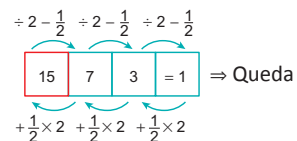
∴ El n.º de conejeras es 8.

**Clave B**

- 30** Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

$$\text{Compra: } \div 2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{Queda: } \div 2 - \frac{1}{2}$$



∴ Inicialmente tenía 15 reses.

**Clave C**

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 42)

- 1 Longitud del fierro = 6 m = 600 cm

Longitud de cada pedazo = 12 cm

Luego:

$$\begin{aligned} \text{n.º de cortes} &= \frac{\text{Longitud del fierro}}{\text{Longitud de cada pedazo}} - 1 \\ &= \frac{600 \text{ cm}}{12 \text{ cm}} - 1 = 50 - 1 = 49 \end{aligned}$$

Clave E

- 2 Sabemos que:

$$\text{n.º de cortes} = \frac{\text{Longitud del alambre}}{\text{Longitud de cada corte}} - 1$$

$$32 = \frac{\text{Longitud del alambre}}{7} - 1$$

$$33 = \frac{\text{Longitud del alambre}}{7}$$

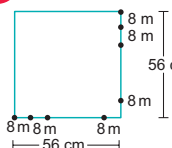
Longitud de alambre = 231

Clave A

- 3 n.º de cortes =  $\frac{252}{28} = 9$

Clave D

4



$$\text{n.º de estacas} = \frac{4(56)}{8} = 28$$

Clave B

- 5 Longitud de la madera = 2,8 m = 280 cm

Longitud de cada corte = "x" cm

Luego:

$$\text{n.º de cortes} = \frac{\text{Longitud de la madera}}{\text{Longitud de cada corte}} - 1$$

$$19 = \frac{280 \text{ cm}}{x} - 1$$

$$20 = \frac{280 \text{ cm}}{x} \Rightarrow x = 14$$

Clave C

- 6 La distancia entre el primer y último poste es la longitud total.

Luego:

$$\text{n.º de postes} = \frac{\text{Longitud total}}{\text{Longitud entre poste y poste}} + 1$$

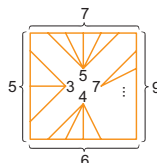
$$46 = \frac{\text{Longitud total}}{24} + 1$$

$$45 = \frac{\text{Longitud total}}{24}$$

Longitud total = 1080

Clave C

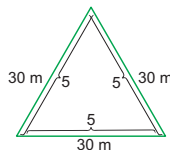
- 7 Gráficamente:



$$\begin{aligned} \text{n.º de estacas} &= 3 + 5 + 7 + 4 + 4 \\ &= 23 \end{aligned}$$

Clave E

- 8 Gráficamente:



$$\text{n.º de estacas} = \frac{90}{5} = 18$$

Luego el número de estacas por lado es  $5 + 2 = 7$

Clave B

- 9 Aplicando:

$$\text{n.º de cortes} = \frac{\text{Longitud de la barra}}{\text{Longitud de cada trozo}} - 1$$

$$= \frac{96}{4} - 1 = 23$$

Luego: se paga  $\$/5 \times 23 = \$/115$

Clave C

- 10 Aplicando:

$$\text{n.º de estacas} = \frac{\text{Perímetro}}{\text{Distancia entre cada estaca}}$$

$$= \frac{2(80 + 40)}{8} = 30$$

Luego: total de estacas =  $30 \times 3 = 90$

Clave D

- 11 Sea "x" el número de varillas.

$$\text{n.º de cortes} = \frac{\text{Longitud total}}{\text{Longitud de cada trozo}} - 1$$

$$= \frac{8}{2} - 1 = 3$$

Costo por varilla:  $\$/0,5 \times 3 = \$/1,5$

En "x" varillas:  $\$/1,5 \cdot x = \$/24 \Rightarrow x = 16$

Clave A

- 12 Aplicando:

$$\text{n.º de cortes} = \frac{\text{Longitud total}}{\text{Longitud de cada pieza}} - 1$$

$$8 = \frac{4,5}{\text{Longitud de cada pieza}} - 1$$

$$9 = \frac{4,5}{\text{Longitud de cada pieza}}$$

Longitud de cada pieza = 0,5 m

Tiempo:  $8 \times 4 \text{ min} = 32 \text{ min}$

Clave C



**13** 5 días <> 120 h

$$\text{n.º de pastillas} = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Tiempo entre pastilla y pastilla}} + 1$$

$$16 = \frac{120}{\text{Tiempo entre pastilla y pastilla}} + 1$$

$$15 = \frac{120}{\text{Tiempo entre pastilla y pastilla}}$$

Tiempo entre pastilla y pastilla = 8

**Clave C**

**14** 4 días <> 96 h

$$\text{n.º de pastillas} = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Tiempo entre pastilla y pastilla}} + 1$$

$$= \frac{96 \text{ horas}}{6 \text{ horas}} - 1$$

$$= 15$$

$$\text{n.º total de pastillas} = 15 \times 3 = 45$$

$$\text{Gasto} = 45 \times S/.3 = S/.135$$

**Clave B**

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 44)

**1** Aplicamos:

$$\text{Número de cortes} = \frac{\text{Longitud de la soga}}{\text{Longitud de cada trozo}} - 1$$

$$\text{Número de cortes} = \frac{1215}{27} - 1$$

$$\therefore \text{Número de cortes} = 44$$

**Clave D**

**2** Aplicamos:

$$\text{Número de árboles} = \frac{\text{Longitud del pasaje}}{\text{Separación entre 2 árboles}} + 1$$

$$\text{Número de árboles} = \frac{138}{6} + 1$$

$$\therefore \text{Número de árboles} = 24$$

**Clave B**

**3** Aplicamos:

$$\text{Número de pastillas} = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Intervalo entre pastilla y pastilla}} + 1$$

$$\text{Número de pastillas} = \frac{8.60 \text{ min}}{24 \text{ min}} + 1$$

$$\therefore \text{Número de pastillas} = 21$$

**Clave E**

**4** Aplicamos:

$$\text{Número de postes} = \frac{\text{Longitud total}}{\text{Separación entre poste y poste}} + 1$$

$$\text{Número de postes} = \frac{100 \text{ m}}{2,5 \text{ m}} + 1$$

$$\therefore \text{Número de postes} = 41$$

**Clave A**

**5** Aplicamos:

$$\text{Número de pastillas} = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Intervalo entre pastilla y pastilla}} + 1$$

$$\text{Número de pastillas} = \frac{5.24 \text{ h}}{6 \text{ h}} + 1$$

$$\therefore \text{Número de pastillas} = 21$$

**Clave C**

**6** Aplicamos:

$$\text{Número de bicicletas} = \frac{\text{Distancia total}}{\text{Separación entre dos bicicletas}} + 1$$

$$\text{Número de bicicletas} = \frac{480 \text{ cm}}{40 \text{ cm}} + 1$$

$$\therefore \text{Número de bicicletas} = 13$$

**Clave B**

**7** Aplicamos:

$$\text{Número de hojalillos} = \frac{\text{Longitud total}}{\text{Separación entre 2 hojalillos}} + 1$$

$$\text{Número de hojalillos} = \frac{9.100 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} + 1$$

$$\therefore \text{Número de hojalillos} = 91$$

**Clave E**

**8** Aplicamos:

$$\text{Número de pastillas} = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Intervalo entre pastilla y pastilla}} + 1$$

$$\text{Número de pastillas} = \frac{48 \text{ h}}{2 \text{ h}} + 1$$

$$\therefore \text{Número de pastillas} = 25$$

**Clave D**



9 Aplicamos:

$$\text{Número de árboles} = \frac{\text{Longitud total}}{\text{Separación entre 2 árboles}} + 1$$

$$\text{Número de árboles} = \frac{1,5 \cdot 1000 \text{ m}}{15 \text{ m}} + 1$$

$$\therefore \text{Número de árboles} = 101$$

Clave A

10 Para este tipo de problemas no nos interesa saber la altura de la estaca.

Aplicamos:

$$\text{Número de estacas} = \frac{\text{Longitud del terreno}}{\text{Longitud entre 2 estacas}} + 1$$

$$\text{Número de estacas} = \frac{600 \text{ m}}{15 \text{ m}} + 1$$

$$\therefore \text{Número de estacas} = 41$$

Clave B

## NIVEL 2 (página 45)

11 Aplicamos:

$$\text{n.º de pastillas} = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Intervalo entre pastilla y pastilla}} + 1$$

$$\text{n.º de pastillas} = \frac{1 \text{ semana}}{3 \text{ horas}} + 1$$

$$\text{n.º de pastillas} = \frac{7 \cdot 24}{3} + 1$$

$$\therefore \text{n.º de pastillas} = 57$$

Clave E

12 Aplicamos:

$$\text{Número de estacas} = \frac{\text{Perímetro}}{\text{Longitud entre 2 estacas}} + 1$$

$$\text{Número de estacas} = \frac{2(20 + 10) \text{ m}}{3 \text{ m}} + 1$$

$$\therefore \text{Número de estacas} = 20$$

Clave A

13 Aplicamos:

$$\text{Número de personas} = \frac{\text{Perímetro}}{\text{Distancia entre dos personas}} + 1$$

$$\text{Número de personas} = \frac{16 \text{ m}}{2 \text{ m}} + 1$$

$$\therefore \text{Número de personas} = 8$$

Clave C

14 Si:

$L_v$ : Longitud de la varilla

Aplicamos:

$$\text{Número de cortes} = \frac{L_v}{\text{Longitud de cada parte}} - 1$$

$$11 = \frac{L_v}{24 \text{ cm}} - 1$$

$$\therefore L_v = 288 \text{ cm}$$

Clave D

15 Si:

$L_u$ : Longitud de cada parte

Aplicamos:

$$\text{Número de cortes} = \frac{\text{Longitud de la regla}}{L_u} - 1$$

$$17 = \frac{270 \text{ cm}}{L_u} - 1$$

$$\therefore L_u = 15 \text{ cm}$$

Clave A

16 Aplicamos:

$$\text{Número de postes} = \frac{\text{Longitud total}}{\text{Separación entre 2 postes}} + 1$$

$$8 = \frac{\text{Longitud total}}{5 \text{ m}} + 1$$

$$\therefore \text{Longitud total} = 35 \text{ m}$$

Clave E

17 Aplicamos:

$$\text{Número de cortes} = \frac{\text{Longitud total}}{\text{Longitud de cada parte}} - 1$$

$$\text{Número de cortes} = \frac{30 \text{ m}}{5 \text{ m}} - 1$$

$$\therefore \text{Número de cortes} = 6$$

Clave D



18) Aplicamos:

$$n.^{\circ} \text{ de días} = n.^{\circ} \text{ de cortes}$$

$$n.^{\circ} \text{ de días} = \frac{\text{Longitud de la plancha}}{\text{Longitud de cada parte}}$$

$$n.^{\circ} \text{ de días} = \frac{25 \text{ m}}{5 \text{ m}} - 1$$

$$\therefore n.^{\circ} \text{ de días} = 4$$

Clave B

19) Cada persona es atendida 4 minutos; luego:

$$n.^{\circ} \text{ de llamadas} = n.^{\circ} \text{ de personas}$$

$$n.^{\circ} \text{ de llamadas} = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Intervalo de llamada a llamada}}$$

$$n.^{\circ} \text{ de llamadas} = \frac{7.60 \text{ min}}{4 \text{ m}}$$

$$\therefore n.^{\circ} \text{ de llamadas} = 105$$

Clave C

20) Aplicamos:

$$n.^{\circ} \text{ de censos} = n.^{\circ} \text{ de personas}$$

$$n.^{\circ} \text{ de censos} = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Intervalo entre censo y censo}}$$

$$250 = \frac{\text{Tiempo total}}{12 \text{ min}}$$

$$\therefore \text{Tiempo total} = 3000 \text{ min} \Leftrightarrow 2 \text{ días y } 2 \text{ horas}$$

Clave B

### NIVEL 3 (página 46)

21) Aplicamos:

$$\text{Número de ómnibus} = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Intervalo en el que pasa un ómnibus}} + 1$$

$$\text{Número de ómnibus} = \frac{6 \text{ h}}{20 \text{ min}} + 1 = \frac{6.60 \text{ min}}{20 \text{ min}} + 1$$

$$\therefore \text{Número de ómnibus} = 19$$

Clave A

22) Aplicamos:

$$\text{Número de sillas} = \frac{\text{Perímetro de la mesa}}{\text{Distancia entre silla y silla}}$$

$$\text{Número de sillas} = \frac{54 \text{ m}}{3 \text{ m}}$$

$$\therefore \text{Número de sillas} = 18$$

Clave D

23) Aplicamos:

$$\text{Número de postes} = \frac{\text{Perímetro del terreno}}{\text{Distancia entre poste y poste}}$$

$$\text{Número de postes} = \frac{60 \text{ m}}{3 \text{ m}}$$

$$\therefore \text{Número de postes} = 20$$

Clave E

24) Resolvemos primero para el caso en que toma de 1 en 1 pastilla, al final duplicamos.

Aplicamos:

$$\text{Número de pastillas} = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Intervalo de tiempo entre pastilla y pastilla}} + 1$$

$$\text{Número de pastillas} = \frac{3 \text{ días}}{3 \text{ horas}} + 1 = \frac{3.24 \text{ horas}}{3 \text{ horas}} + 1$$

$$\therefore \text{Número de pastillas} = 25 \times 2 = 50$$

Clave E

25) Aplicamos:

$$\text{Número de cortes} = \frac{\text{Longitud de la barra}}{\text{Longitud de cada parte}} - 1$$

$$\text{Número de cortes} = \frac{91 \text{ cm}}{7 \text{ cm}} - 1$$

$$\text{Número de cortes} = 12$$

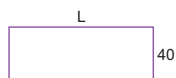
$$\text{Recibí en total por los 12 cortes} \rightarrow S/.120$$

$$\Rightarrow 1 \text{ corte} = \frac{120}{12}$$

$$\therefore 1 \text{ corte cobra } S/.10$$

Clave B

26)



Aplicamos:

$$n.^{\circ} \text{ de estacas} = \frac{\text{Perímetro}}{\text{Distancia entre estaca y estaca}}$$



$$80 = \frac{2(L + 40)}{5} \quad \therefore L = 160 \text{ m}$$

Clave A

- 27** Longitud total =  $33 - 3 = 30$   
 Número de puentes = 4  
 Distancia entre puente a puente =  $x$

Aplicamos:

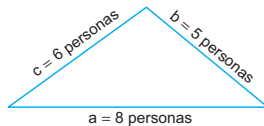
$$\text{Número de puentes} = \frac{\text{Longitud total}}{x} + 1$$

$$4 = \frac{30 \text{ km}}{x} + 1$$

$$\therefore x = 10 \text{ km}$$

Clave C

**28**



Aplicamos:

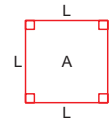
$$\text{n.º de personas} = \sum \text{de valores de los lados del polígono} - \text{n.º de vértices del polígono}$$

$$\text{n.º de personas} = 8 + 5 + 6 - 3$$

$$\therefore \text{n.º de personas} = 16$$

Clave D

**29**



$$A = 40\,000 \text{ m}^2$$

$$L^2 = 40\,000 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow L = 200 \text{ m}$$

Aplicamos:

$$\text{n.º de estacas} = \frac{\text{Perímetro del } \square}{\text{Longitud de estaca a estaca}}$$

$$\text{n.º de estacas} = \frac{4 \cdot 200 \text{ m}}{5 \text{ m}}$$

$$\therefore \text{n.º de estacas} = 160$$

Clave E

**30** Aplicamos:

$$\text{n.º de cortes} = \frac{\text{Longitud total de la soga}}{\text{Longitud de cada pedazo}} - 1$$

$$= \frac{(k^2 - 1)}{(k - 1)} - 1$$

$$= \frac{(k - 1)(k + 1)}{(k - 1)} - 1 = k + 1 - 1$$

$$\therefore \text{n.º de cortes} = k$$

Clave B



**ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO**  
(página 51)

**1** Analizando:

$$\begin{array}{r} \boxed{4} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{7} \times \\ 9 \\ \hline \boxed{3} 7 1 4 3 \end{array}$$

⇒ La suma es:  $4 + 1 + 2 + 7 + 3 = 17$

### Clave E

## 2 Analizando:

$$\begin{array}{r} \boxed{6} \boxed{8} \boxed{7} \times \\ \phantom{000} 3 \\ \hline \boxed{2} 0 6 1 \end{array}$$

⇒ La suma de cifras es:  $6 + 8 + 7 = 21$

Clave C

### 3 Analizando:

Observamos que C solo puede ser:  $C = 7$   
Luego seguimos la secuencia para hallar los otros valores.

$$\frac{\overline{AVC} + \overline{VC5}}{592} \Rightarrow \frac{\overset{\textcircled{1}}{417} + 175}{592}$$

$$\Rightarrow A=4, V=1, C=7$$
$$\therefore V+A+C+A=1+4+7+4=16$$

### Clave D

4  $\overline{AA89} - \overline{A0BB} = 223$

$$1000A + 100A + 89 - (1000A + 11B) = 223$$
$$100A - 11B = 134$$

$$\Rightarrow A = 2 \wedge B = 6$$
$$\therefore B + A + B + A = 6 + 2 + 6 + 2 = 16$$

### Clave A

**5** Como:  $(a + b)^4 = 81$

$$(a + b) = \sqrt[4]{81}$$
$$\Rightarrow a + b = 3$$

Piden:  $\overline{ab} + \overline{ba} = 10a + b + 10b + a$   
 $= 11a + 11b$   
 $= 11(a + b)$   
 $= 11 \cdot 3$

$$\therefore \overline{ab} + \overline{ba} = 33$$

### Clave B

**6** Analizando obtenemos:

$$\begin{array}{r} \boxed{6}425 - \\ 6\boxed{3}2\boxed{5} \\ \hline 1\boxed{0}0 \end{array}$$

∴ La menor cifra es: 0

**Clave E**

**7** Operando obtenemos:

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ \boxed{0} \boxed{6} \times \\ \hline 18 \end{array}$$

∴ Las 2 últimas cifras son: 06

Clave C

**8** Si:  $(a + b + c)^2 = 144 \Rightarrow a + b + c = 12$

Colocamos los numerales en forma vertical:

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \textcircled{1} \\ \hline \begin{array}{r} a \ b \ c \\ b \ c \ a \\ c \ a \ b \end{array} + \\ \hline \end{array} \rightarrow a + b + c = 12$$

$\Rightarrow$  1332

**Clave D**

**9** Como:  $a \times \overline{ab} = 188$

$$b \times \overline{ab} = 329$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} \overline{ab} \times \overline{ba} \\ \hline 188 \\ 329 \\ \hline 3478 \end{array}$$

### Clave E

**10** Ordenamos los sumandos:

$$\begin{array}{r} \overline{abc} + \\ \overline{bca} \\ \overline{cab} \\ \hline \hline 1cc6 \end{array}$$

⇒ En la columna de las unidades:

$$a + b + c = \overline{m6} \quad \dots(1)$$

En la columna de las centenas

$$a + b + c = \overline{1c} \quad \dots(2)$$



⇒ De (1) y (2):

$$m = 1 \Rightarrow a + b + c = 16$$

$$\text{Piden: } \sqrt{a + b + c} = \sqrt{16} = 4$$

Clave D

- 11** Ordenamos los sumandos

$$\begin{array}{r} \overline{x4y8} + \\ \overline{3w5z} \\ \hline \overline{8x90} \end{array}$$

En la columna de las unidades:

$$8 + z = \dots 0 \Rightarrow z = 2$$

En la columna de las decenas:

$$y + 5 + 1 = 9 \Rightarrow y = 3$$

En la columna de las centenas:

$$4 + w = x \quad \dots(1)$$

En los millares:

$$x + 3 = 8$$

$$x = 5 \quad \dots(2)$$

⇒ de (1) y (2) tenemos:  $w = 1$

$$\text{Piden: } (x + y + z + w)^2 = (5 + 3 + 2 + 1)^2 = 121$$

Clave A

- 12** Como:  $\overline{xy} \cdot \overline{yx} = 1855$

$$\overline{xy} \cdot \overline{yx} = 53 \times 35$$

$$\Rightarrow x = 5 \wedge y = 3$$

Nos piden calcular:  $x - y = 5 - 3 = 2$

Clave C

- 13** Ordenamos los sumandos:

$$\begin{array}{r} \overline{abc} + \\ \overline{cba} \\ \hline \overline{888} \end{array}$$

En la columna de las unidades:

$$c + a = \overline{m8} \quad \dots(1)$$

En la columna de las centenas:

$$a + c = 8 \quad \dots(2)$$

De (1) y (2) tenemos:

$$m = 0 \Rightarrow c + a = 8$$

Del dato:

$$a - c = 4 \Rightarrow a = 6 \wedge c = 2$$

$$a + c = 8$$

En las decenas:  $b + b = 8 \Rightarrow b = 4$

Nos piden:  $a \times b \times c = 6 \times 4 \times 2 = 48$

Clave D

- 14** Si:  $A^{A+4} = \overline{BC}$

El único valor que verifica es  $A = 2$ , pues para  $A = 1$  me da un número de una cifra y para  $A = 3$  me da un número de 3 cifras.

$$\Rightarrow A = 2$$

$$2^{2+4} = \overline{BC}$$

$$64 = \overline{BC}$$

$$\Rightarrow B = 6 \wedge C = 4$$

Nos piden:

$$\frac{A+B+C}{3} = \frac{2+6+4}{3} = 4$$

Clave D

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 53)

**1**

$$\begin{array}{r} 582 + \\ 245 \\ \hline 827 \end{array}$$

$$\Rightarrow A + B + C = 5 + 8 + 2 = 15$$

Clave D

- 2**  $a + b = 17$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \textcircled{1} \\ a \ b \ a + \\ b \ a \ b \\ \hline 1887 \end{array}$$

Clave A

- 3**  $A + B + C = 18$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \textcircled{1} \\ A \ B \ C + \\ B \ C \ A \\ \hline C \ A \ B \\ 1998 \end{array}$$

Clave D



4

$$\begin{array}{r} \phantom{0}1 \phantom{0}2 \\ \boxed{4} \boxed{5} \boxed{9} \times \\ \hline \phantom{0} \dots 1 \phantom{0}3 \phantom{0}7 \phantom{0}7 \end{array}$$

$$\Rightarrow C + A + R + A = 4 + 5 + 9 + 5 = 23$$

Clave C

5

$$a + b + c = 29$$

$$a \leq 9$$

$$b \leq 9$$

$$c \leq 9$$

$$a + b + c \leq 27$$

$$\therefore a + b + c = 29 \text{ (absurdo)}$$

Clave A

6

$$\begin{array}{r} \overline{b53c} + \\ \overline{a6b} \\ \overline{7ca} \\ \hline \overline{61cb} \end{array}$$

$$\bullet \quad c + b + a = \overline{xb} : x = 1 \\ c + a = 10 \quad \dots(\alpha)$$

$$\bullet \quad x + 3 + 6 + c = \overline{yc} \\ 1 + 9 + c = \overline{yc} \\ 10 = \overline{y0} ; y = 1$$

$$\bullet \quad 5 + a + 7 + y = \overline{z1} \\ 12 + a + 1 = \overline{z1} \\ 13 + a = \overline{z1} ; z = 2 \\ a = 8 \quad \dots(\beta)$$

$$\bullet \quad \begin{aligned} z + b &= 6 \\ 2 + b &= 6 \\ b &= 4 \end{aligned}$$

Reemplazamos  $(\beta)$  en  $(\alpha)$ :

$$\begin{aligned} c + 8 &= 10 \\ c &= 2 \end{aligned}$$

$$\therefore a - b + 2c = 8 - 4 + 2 \cdot 2 = 8$$

Clave A

7

$$\begin{array}{r} \overline{PQR} + \\ \overline{RQP} \\ \hline \overline{666} \end{array}$$

$$\text{Dato: } R - P = 2$$

Analizamos la primera y tercera columna:

$$\left. \begin{aligned} R + P &= 6 \\ R - P &= 2 \end{aligned} \right\} (+)$$

$$\begin{aligned} R &= 4 \\ P &= 2 \end{aligned}$$

Analizamos la segunda columna:

$$\begin{aligned} Q + Q &= 6 \\ Q &= 3 \end{aligned}$$

$$\therefore P + Q + R = 2 + 3 + 4 = 9$$

Clave C

8

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{BCA} &= 8 \\ \overline{BCA} &= 8^3 \\ \overline{BCA} &= 512 \\ \Rightarrow B &= 5 \\ C &= 1 \\ A &= 2 \end{aligned}$$

$$\therefore B + C + A = 5 + 1 + 2 = 8$$

Clave B

9 Dato:  $a + b + c = 13$

$$\begin{array}{r} \overline{\textcircled{1}\textcircled{1}} \\ \overline{abc} + \\ \overline{bca} \\ \overline{cab} \\ \hline \overline{1443} \end{array} \Rightarrow a + b + c = 13$$

$$\therefore \text{La suma es: } 1443$$

Clave D

10

$$\begin{array}{r} \overline{\textcircled{2}\textcircled{6}\textcircled{6}} \\ \text{HORA} \times \\ \phantom{0}9 \\ \hline \overline{11403} \end{array}$$

$$\bullet \quad \begin{aligned} A \cdot 9 &= \dots 3 \\ A &= 7 \end{aligned}$$

$$\bullet \quad \begin{aligned} 9 \cdot R + 6 &= \dots 0 \\ R &= 6 \end{aligned}$$



- $9 \cdot O + 6 = \dots 4$   
 $O = 2$

- $9 \cdot H + 2 = 11$   
 $H = 1$

$$\therefore A + H + O + R + A = 7 + 1 + 2 + 6 + 7 = 23$$

Clave C

## NIVEL 2 (página 53)

11  $(a + b)^2 = 169 = 13^2$   
 $\Rightarrow a + b = 13$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ a \ b + \\ b \ a \\ \hline 1 \ 4 \ 3 \end{array}$$

Clave A

12  $(\overline{AB})^2 = \overline{18A9}$   
 $42^2 = 1764$  (no cumple)  
 $43^2 = 1849$  (sí cumple)  
 $44^2 = 1936$  (no cumple)

$$\Rightarrow \overline{AB} = 43$$

$$\therefore A + B = 7$$

Clave A

13  $\left. \begin{array}{l} a \times \overline{ab} = 425 \\ b \times \overline{ab} = 680 \end{array} \right\} \div$   
 $\frac{a}{b} = \frac{5}{8} \Rightarrow a = 5 \wedge b = 8$   
 $\Rightarrow (\overline{ba})^2 = 85^2 = 7225$

Clave B

14  $\begin{array}{r} \overline{c \ b \ c} + \\ \overline{b \ 3 \ 5} \\ \hline 1 \ c \ c \ 7 \end{array}$

- $c + 5 = \overline{x7}$  ;  $x = 0$   
 $c = 2$

- $b + 3 = \overline{y2}$  ;  $y = 1$   
 $b = 9$

- $c + b + y = \overline{1c}$   
 $2 + 9 + 1 = 12$   
 $12 = 12$  (cumple)  
 $\therefore 2b + 3c = 2 \cdot 9 + 3 \cdot 2 = 24$

Clave B

15

$$\begin{array}{r} \overline{A \ A \ B} + \\ \overline{B \ A \ A} \\ \hline 1 \ 4 \ 7 \ 3 \end{array}$$

Analizando la primera y tercera columna.

$$B + A = 13$$

$$A + A + 1 = 17$$

$$A = 8$$

$$B = 5$$

$$\therefore A \cdot B = 8 \cdot 5 = 40$$

Clave E

16

$$\begin{array}{r} 4 \ \boxed{9} \times \\ \boxed{2} \ 7 \\ \hline \boxed{3} \ \boxed{4} \ 3 \\ \boxed{9} \ \boxed{8} \\ \hline \boxed{1} \ \boxed{3} \ \boxed{2} \ \boxed{3} \end{array}$$

$$\Rightarrow 9 + 2 + 3 + 4 + 9 + 8 + 1 + 3 + 2 + 3 = 44$$

Clave E

17

$$\begin{array}{r} 2 \ M \ U \ J \ E \ R \times \\ \hline 3 \\ \hline M \ U \ J \ E \ R \ 2 \end{array}$$

Entonces:

$$\begin{array}{r} 2 \ 8 \ 5 \ 7 \ 1 \ 4 \times \\ \hline 3 \\ \hline 8 \ 5 \ 7 \ 1 \ 4 \ 2 \end{array}$$

$$\Rightarrow M + U + J + E + R = 8 + 5 + 7 + 1 + 4 = 25$$

Clave D

18

$$\left. \begin{array}{l} \overline{xy} \cdot x = 111 \\ \overline{xy} \cdot y = 259 \end{array} \right\} \div$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{7} \Rightarrow x = 3 \wedge y = 7$$

$$\therefore x + y = 10$$

Clave B



19  $A^{A+3} = \overline{BCD}$

Dándole valores enteros:

$A = 1; 2; 3; 4$

Cumple:  $A = 3$

$$3^{3+3} = 729 = \overline{BCD}$$

$$B = 7$$

$$C = 2$$

$$D = 9$$

$$\therefore \frac{A+B+C+D}{3} = \frac{3+7+2+9}{3} = 7$$

Clave E

20 Datos:

$$B + C + 2A = 18$$

$$1500 < \overline{ABCA} < 1800$$

Deducimos de esta última expresión:

$$A = 1$$

$$B = 5; 6; 7$$

$$\Rightarrow B + C + 2(1) = 18; C \text{ es una cifra} \Rightarrow C \leq 9$$

$$B + C = 16$$

↓

$$5 + 11 = 16$$

$$6 + 10 = 16$$

$$7 + 9 = 16$$

$$\Rightarrow A = 1; B = 7; C = 9$$

$$\therefore A \cdot B \cdot C = 1 \cdot 7 \cdot 9 = 63$$

Clave D

### NIVEL 3 (página 54)

21  $\overline{BCA} = 9^3 = 729$

$$\Rightarrow B + A + C + A = 7 + 9 + 2 + 9 = 27$$

Clave A

22

$$\begin{array}{r} \overline{C A P A} + \quad 2737 + \\ \overline{S O P A} \Rightarrow \quad 1037 \\ \hline P U U M \quad 3774 \end{array}$$

$$\Rightarrow C + U + M + P + A = 2 + 7 + 4 + 3 + 7 = 23$$

Clave E

23

$$\begin{array}{r} 4 \boxed{2} \times \\ 3 \boxed{7} \\ \hline 2 \boxed{9} 4 \\ 1 \boxed{2} \boxed{6} \\ \hline \boxed{1} 5 5 \boxed{4} \end{array}$$

$$\Rightarrow 2 + 7 + 2 + 9 + 6 + 1 + 4 = 31$$

Clave E

24 Datos:

$$\overline{abc} \times a = 5481$$

$$\overline{abc} \times b = 6264$$

$$\overline{abc} \times c = 2349$$

Piden:

$$\begin{array}{r} \overline{abc} \times \\ \overline{abc} \\ \hline 2349 + \\ 6264 \\ 5481 \\ \hline 613089 \end{array}$$

Primera columna:  $c \times \overline{abc}$

Segunda columna:  $b \times \overline{abc}$

Tercera columna:  $a \times \overline{abc}$

$\therefore$  La suma de cifras es:

$$6 + 1 + 3 + 0 + 8 + 9 = 27$$

Clave B

25  $\overline{ECO} = (E + C + O)^3$

Posibles respuestas:

$$125 = 5^3 \quad 1 + 2 + 5 \neq 5$$

$$216 = 6^3 \quad 2 + 1 + 6 \neq 6$$

$$343 = 7^3 \quad 3 + 4 + 3 \neq 7$$

$$512 = 8^3 \quad 5 + 1 + 2 = 8$$

$$729 = 9^3 \quad 7 + 2 + 9 \neq 9$$

$$\Rightarrow E = 5; C = 1; O = 2$$

$$\therefore E^{C^O} = 5^{1^2} = 5$$

Clave D

26

$$\begin{array}{r} 3 \boxed{6} 4 \boxed{3} \boxed{6} \boxed{1} \boxed{4} \\ \overline{2 \boxed{8}} \quad \overline{2 \boxed{6} 0 \boxed{2}} \\ - 8 \boxed{4} \\ \hline 8 \boxed{4} \\ - - \boxed{3} \boxed{6} \\ \hline \boxed{2} \boxed{8} \\ - 8 \end{array}$$

$$\Rightarrow 2 + 6 + 0 + 2 = 10$$

Clave C



27

$$\begin{array}{r}
 208 \times \\
 208 \\
 \hline
 1664 \\
 416 \\
 \hline
 43264
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \overline{\text{ENTRE}} = 43264$$

$$\therefore T + R + E + N = 2 + 6 + 4 + 3 = 15$$

Clave E

28

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 \hline
 R A M A + \\
 \hline
 A M A R \\
 \hline
 9328
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 A + R = 18 (\times) \\
 A + R = 8 (\checkmark) \\
 \Rightarrow A + M = 12
 \end{array}$$

$$\Rightarrow M = 12 - A = 4 + R$$

$$\begin{array}{ccc}
 \downarrow & & \downarrow \\
 5 & 7 & 1 \\
 7 & 5 & 3 \\
 9 & 3 & 5
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{La mayor suma es: } 9 + 3 + 5 = 17$$

Clave D

29

$$\begin{array}{r}
 574 \times \\
 95 \\
 \hline
 2870 \\
 5166 \\
 \hline
 54530
 \end{array}$$

$$\Rightarrow 5 + 4 + 5 + 3 = 17$$

Clave E

30

$$\begin{array}{r}
 39119 \\
 \hline
 39 \\
 - - 119 \\
 \hline
 117 \\
 - - 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 39 \\
 \hline
 1003
 \end{array}$$

$$\Rightarrow 3 + 9 + 1 + 1 + 9 = 23$$

Clave D

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 59)

1  $MA = \frac{6(6) + 14(8) + 20(9)}{6 + 14 + 20} = \frac{36 + 112 + 180}{40}$

$$= \frac{328}{40} = 8,2$$

Clave A

2 Sean:  $x; x + 1; x + 2; x + 3$  y  $x + 4$  los números.

Según el dato:

$$\frac{x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4}{5} = 21$$

$$5x + 10 = 105$$

$$5x = 95 \Rightarrow x = 19$$

Clave B

3  $A = MA(11; 5) = \frac{11 + 5}{2} = 8 \Rightarrow A = 8$

$$B = MA(36; 28) = \frac{36 + 28}{2} = 32 \Rightarrow B = 32$$

Luego:

$$MG(A; B) = \sqrt{8 \times 32} = \sqrt{256} = 16$$

Clave C

4  $M = MA(7; 5) = \frac{7 + 5}{2} = 6 \Rightarrow M = 6$

$$N = MG(27; 3) = \sqrt{27 \times 3} = 9 \Rightarrow N = 9$$

$$\text{Luego: } MH(M; N) = \frac{2(6)(9)}{6 + 9} = \frac{108}{15} = 7,2$$

Clave B

5 Sean las edades:  $2k; 3k; 5k; 6k; 7k$  y  $9k$

Por condición del problema:

$$\frac{2k + 3k + 5k + 6k + 7k + 9k}{6} = 16$$

$$\frac{32k}{6} = 16$$

$$32k = 96 \Rightarrow k = 3$$

$$\text{Luego: } 9(3) = 27$$

Clave D

6 Sean los números:  $a; b; c$  y  $d$

$$\text{Por dato: } \frac{a + b + c + d}{4} = 35$$

$$\Rightarrow a + b + c + d = 140$$

$$\text{Luego: } \frac{a + b}{2} = 28 \Rightarrow a + b = 56$$

$$\frac{a + b}{2} + c + d = 140$$

$$56 + c + d = 140$$

$$c + d = 84$$

$$\text{Finalmente: } MA(c; d) = \frac{84}{2} = 42$$

Clave E

7 Sean:  $a_1; a_2; a_3; \dots; a_9$  los 9 números.

$$\text{Por dato: } \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9}{9} = 36$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 = 324$$

$$\underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_6}_{198} + a_7 + a_8 + a_9 = 324$$

$$198 + a_7 + a_8 + a_9 = 324$$

$$a_7 + a_8 + a_9 = 126$$

$$\text{Finalmente } MA(a_7; a_8; a_9) = \frac{126}{3} = 42$$

Clave A

8 Sean  $a; b$  y  $c$  los 3 números y " $x$ " el cuarto

$$MA = \frac{a + b + c}{3} = M$$

$$\Rightarrow a + b + c = 3M$$

Aumentamos un cuarto número, luego:

$$\frac{a + b + c + x}{4} = M + 1$$

$$3M + x = 4M + 4$$

$$\therefore x = M + 4$$

Clave B

9 Sean:  $a; b; c; d$  y  $e$  las edades.

$$MA(a; b; c; d; e) = 26 \Rightarrow \frac{a + b + c + d + e}{5} = 26$$

$$\Rightarrow a + b + c + d + e = 130$$

$$MA(a; b; c) = 30 \Rightarrow \frac{a + b + c}{3} = 30$$

$$\Rightarrow a + b + c = 90$$





Luego:  $\underbrace{a + b + c + d + e}_{90 + d + e} = 130$

$$90 + d + e = 130 \Rightarrow d + e = 40$$

Finalmente:  $MA(d; e) = \frac{40}{2} = 20$

Clave C

- 10 Sean:  $a_1; a_2; a_3; \dots; a_{80}$  las edades.

$$MA(a_1; a_2; \dots; a_{80}) = 75 \Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{80}}{80} = 75$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_{80} = 6000$$

$$MA(a_1; a_2; \dots; a_{60}) = 50 \Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{60}}{60} = 50$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_{60} = 3000$$

Luego:

$$\underbrace{(a_1 + a_2 + \dots + a_{60})}_{3000} + a_{61} + a_{62} + \dots + a_{80} = 6000$$

$$3000 + a_{61} + a_{62} + \dots + a_{80} = 6000$$

$$\Rightarrow a_{61} + a_{62} + \dots + a_{80} = 3000$$

Finalmente:  $MA(a_{61}; a_{62}; \dots; a_{80}) = \frac{3000}{20} = 150$

Clave D

11  $MH(10; 12; 20; 30) = \frac{4}{\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}}$

$$= \frac{4}{\frac{6+5+3+2}{60}} = \frac{4 \times 60}{16} = 15$$

Clave B

- 12 Sea: "x" el cuarto número

Por dato:  $\frac{9+10+13+x}{4} = k+8$

$$32 + x = 4k + 32$$

$$x = 4k$$

Clave A

- 13 Sean:

A; B y C las edades de Ariana, Beatriz y Camila, respectivamente.

$$MA(A; B) = 24; \frac{A+B}{2} = 24 \Rightarrow A+B = 48 \dots(I)$$

$$MA(A; C) = 20; \frac{A+C}{2} = 20 \Rightarrow A+C = 40 \dots(II)$$

$$MA(C; B) = 16; \frac{C+B}{2} = 16 \Rightarrow C+B = 32 \dots(III)$$

Sumando (I); (II) y (III):  $2(A+B+C) = 120$

$$A+B+C = 60$$

Finalmente:  $MA(A; B; C) = \frac{60}{3} = 20$

Clave B

- 14 Sean:  $x+1; x+3; x+5; x+7; x+9; x+11$  los números impares consecutivos.

Por dato:

$$\frac{x+1+x+3+x+5+x+7+x+9+x+11}{6} = 20$$

$$6x + 36 = 120$$

$$6x = 84 \Rightarrow x = 14$$

Luego:  $n.^{\circ} \text{ menor} = x+1 = 15$

$$n.^{\circ} \text{ mayor} = x+11 = 25$$

Finalmente:

$$MG\left(\frac{1}{3}(x+1); \frac{1}{5}(x+11)\right) = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot 15 \cdot \frac{1}{5} \cdot 25} = \sqrt{5 \cdot 5} = 5$$

Clave C

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 61)

- 1 Sean los números pares consecutivos:  $x$  y  $x+2$

Por condición del problema:

$$\frac{x+x+2}{2} = 17$$

$$2x + 2 = 34$$

$$x = 16$$

Luego:  $x = 16$  y  $x+2 = 18$

Los 2 números pares consecutivos siguientes serán: 20; 22

$$\text{Promedio} = \frac{20+22}{2}$$

$$\therefore \text{Promedio} = 21$$

Clave A

- 2 Sean los números consecutivos:  $x; x+1$  y  $x+2$

Por condición del problema:  $\frac{x+x+1+x+2}{3} = 12$

$$3x + 3 = 36$$

$$x = 11$$

Luego:  $x = 11; x+1 = 12; x+2 = 13$

Los 3 números consecutivos siguientes serán: 14; 15 y 16

$$\text{Promedio} = \frac{14+15+16}{3}$$

$$\therefore \text{Promedio} = 15$$

Clave D



- 3 Sean los números impares consecutivos:

$$x; x + 2 \text{ y } x + 4$$

Por condición del problema:  $\frac{x + x + 2 + x + 4}{3} = 15$

$$3x + 6 = 45$$

$$x = 13$$

Luego  $x = 13$ ;  $x + 2 = 15$ ;  $x + 4 = 17$

Los 3 números impares consecutivos siguientes serán: 19; 21; 23

$$\text{Promedio} = \frac{19 + 21 + 23}{3}$$

$$\therefore \text{Promedio} = 21$$

Clave C

- 4 Sean los números: a; b y c

$$\text{Promedio: } \frac{a + b + c}{3} = 20$$

$$a + b + c = 60$$

...(1)

Por condición del problema:  $a + b = 39$

...(2)

De (1) y (2) hallamos el valor de c.

$$\therefore c = 21$$

Clave C

- 5 Sean los números: a; b; c y d

$$\text{Promedio: } \frac{a + b + c + d}{4} = 36$$

$$a + b + c + d = 144$$

...(1)

Por condición del problema:  $a + b = 40$

...(2)

De (1) y (2) tenemos:  $c + d = 104$

$$\text{Promedio} = \frac{c + d}{2} = \frac{104}{2}$$

$$\therefore \text{Promedio} = 52$$

Clave E

- 6 Por dato tenemos:

$$\frac{8 + 9 + 10 + 11 + 13 + 14 + x}{7} = 12$$

$$65 + x = 84$$

$$\therefore x = 19$$

Clave B

- 7 Sean los números: a; b; c y d

Por condición del problema:

$$\frac{a + b + c + d}{4} = 31$$

$$a + b + c + d = 124$$

...(1)

Por condición del problema:

$$\frac{a + b}{2} = 23$$

$$a + b = 46 \quad \dots(2)$$

De (1) y (2):  $c + d = 124 - 46 = 78$

$$\therefore \text{Promedio} = \frac{c + d}{2} = \frac{78}{2} = 39$$

Clave D

- 8 Sean las edades de los 4 hermanos: 2k; 3k; 4k y 5k

Luego:  $\text{Promedio} = \frac{2k + 3k + 4k + 5k}{4}$

$$21 = \frac{14k}{4}$$

$$k = 6$$

Calculamos la edad del menor "2k" más el mayor "5k".

$$\therefore 2k + 5k = 7k = 7 \cdot 6 = 42$$

Clave B

- 9 Sean los números: k y 2k

Además:  $\frac{k + 2k}{2} = 6$

$$k = 4$$

$$\therefore \text{El mayor número es: } 2k = 2(4) = 8$$

Clave D

- 10 Sabemos:

$$\text{Promedio} = \frac{4.20 + 2.18 + 5.16 + 6.14 + 3.15}{4 + 2 + 5 + 6 + 3} = \frac{325}{20}$$

$$\therefore \text{Promedio} = 16,25 \text{ años}$$

Clave A

## NIVEL 2 (página 61)

- 11 Sabemos:

$$\text{Promedio} = \frac{10(20) + 30(40)}{20 + 40} = \frac{1400}{60}$$

$$\therefore \text{Promedio} = 23, \hat{3}$$

Clave C

- 12 Sean los números: a; a + 1; a + 2; a + 3 y a + 4

Por condición del problema:

$$\frac{a + a + 1 + a + 2 + a + 3 + a + 4}{5} = 20$$

$$a = 18$$

Los 3 números consecutivos siguientes son: a + 5; a + 6; a + 7



Donde:

$$\text{Promedio} = \frac{a+5+a+6+a+7}{3} = \frac{3a+18}{3} = a+6$$

$$\therefore \text{Promedio} = 18 + 6 = 24$$

Clave B

- 13 Sean los números: a; b

$$\Rightarrow \frac{a+b}{2} = 9$$

$$a + b = 18 \quad \dots(1)$$

Por condición del problema:

$$\frac{3a + (b-2)}{2} = 15$$

$$3a + b = 32 \quad \dots(2)$$

Del (1) y (2) obtenemos:

$$a = 7$$

$$b = 11$$

$$\therefore b - a = 11 - 7 = 4$$

Clave D

- 14 Sabemos:

$$PG = \sqrt{a \cdot 12}$$

↓

$$6 = \sqrt{12 \cdot a}$$

$$36 = 12 \cdot a$$

$$\therefore a = 3$$

Clave E

15  $A = \frac{3+5}{2} = 4$

$$B = \frac{6+10}{2} = 8$$

$$\therefore MG(4; 8) = \sqrt{4 \cdot 8} = 4\sqrt{2}$$

Clave B

- 16 Sean los números:

$$a; a+2; a+4; a+6; a+8 \text{ y } a+10$$

Por dato:

$$\frac{a+a+2+a+4+a+6+a+8+a+10}{6} = 13$$

$$6a + 30 = 78$$

$$a = 8$$

$$\begin{array}{cc} 8 & 8 \\ \uparrow & \uparrow \\ \text{Me piden: } MA(a+8; a+10) = MA(16; 18) = \frac{16+18}{2} \end{array}$$

$$\therefore MA(16; 18) = 17$$

Clave C

- 17 Sean las edades: 5k; 3k y 2k

$$\Rightarrow \frac{5k+3k+2k}{3} = 20$$

$$10k = 60$$

$$k = 6$$

$$\therefore \text{La edad del menor: } 2k = 2(6) = 12$$

Clave D

- 18 Sean los números: 16k y 9k

$$\Rightarrow MA = \frac{16k+9k}{2} = \frac{25}{2}k$$

$$MG = \sqrt{16k \cdot 9k} = 12k$$

$$\therefore \frac{MA}{MG} = \frac{\frac{25}{2}k}{\frac{12}{1}k} = \frac{25k}{24k} = \frac{25}{24}$$

Clave B

- 19 Sean los números: a y b

$$\Rightarrow MA = \frac{a+b}{2} = 17; a+b = 34 \quad \dots(1)$$

$$MG = \sqrt{ab} = 15; a \cdot b = 15^2 \quad \dots(2)$$

De (1) y (2) obtenemos:

$$a = 9$$

$$b = 25$$

$$\therefore b - a = 25 - 9 = 16$$

Clave B

- 20 Sabemos:

$$M = MA(4; 8) = \frac{8+4}{2} = 6$$

$$N = MG(3; 27) = \sqrt{3 \cdot 27} = 9$$

$$\text{Nos piden: } MH(6; 9) = \frac{2 \cdot 6 \cdot 9}{15}$$

$$\therefore MH = 7,2$$

Clave A



### NIVEL 3 (página 62)

- 21 Sean los números: a; b; c y d

$$\Rightarrow MG(a; b) = \sqrt{a \cdot b} = 6; a \cdot b = 36$$

$$MG(c; d) = \sqrt{c \cdot d} = 4; c \cdot d = 16$$

$$\text{Me piden: } MG(a; b; c; d) = \sqrt[4]{a \cdot b \cdot c \cdot d} = \sqrt[4]{36 \cdot 16}$$

$$\therefore MG(a; b; c; d) = 2\sqrt{6}$$

Clave C

- 22 Suma de las edades de los 8 padres:  $S_8$

Suma de las edades de los 9 padres:  $S_9$

Edad del noveno padre de familia: x

$$\Rightarrow S_8 + x = S_9 \quad \dots(1)$$

$$\text{Además: } 36 = \frac{S_8}{8} \wedge 34 = \frac{S_9}{9}$$

$$S_8 = 288 \quad S_9 = 306$$

$\Rightarrow$  Reemplazando en (1) tenemos:

$$288 + x = 306$$

$$x = 306 - 288$$

$$\therefore x = 18 \text{ años}$$

Clave C

- 23 Sean los números: a y b

$$\text{Dato: } MA(a, b) = 5 \wedge MH(a; b) = \frac{24}{5}$$

$$\frac{a+b}{2} = 5 \quad \frac{2 \cdot a \cdot b}{a+b} = \frac{24}{5}$$

$$a+b = 10 \quad \frac{2 \cdot a \cdot b}{10} = \frac{24}{5}$$

$$a \cdot b = 24$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ 6 \quad 4 \end{array}$$

$$\therefore a = 6 \wedge b = 4$$

Clave D

$$24 \quad MA = \frac{6 \cdot 6 + 8 \cdot 14 + 9 \cdot 20}{6 + 14 + 20}$$

$$\therefore MA = 8,2$$

Clave D

- 25 Suma de los 20 números:  $S_{20}$

Nuevo número que se le agrega: x

$$\Rightarrow \frac{S_{20}}{20} = 25$$

$$S_{20} = 20 \cdot 25$$

$$\text{Además: } \frac{S_{20} + x}{21} = 25$$

$$S_{20} + x = 25 \cdot 21$$

$$20 \cdot 25 + x = 25 \cdot 21$$

$$x = 25 \cdot 21 - 25 \cdot 20$$

$$\therefore x = 25$$

Clave E

- 26 Multiplicación de 8 números:  $P_8$

Multiplicación de otros 8 números:  $P'_8$

Del enunciado planteamos:

$$8 = \sqrt[8]{P_8} \wedge 4 = \sqrt[8]{P'_8}$$

$$P_8 = 8^8 \wedge P'_8 = 4^8$$

Nos piden:

$$PG = \sqrt[16]{P_8 \cdot P'_8}$$

$$PG = \sqrt[16]{8^8 \cdot 4^8}$$

$$\therefore PG = 4\sqrt{2}$$

Clave C

- 27 Datos:

$$MH(a; b) = 3$$

$$\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = 3 \quad \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{3}$$

$$MH(x; y; z) = 2$$

$$\frac{3}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}} = 2 \quad \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Piden: } MH(a; b; x; y; z) &= \frac{5}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}} \\ &= \frac{5}{\frac{2}{3} + \frac{3}{2}} \end{aligned}$$

$$\therefore MH(a; b; x; y; z) = \frac{30}{13}$$

Clave B



- 28** Suma de 7 números:  $S_7$   
 Suma de los 5 primeros:  $S_5$   
 Suma de los otros 2 números:  $x$   
 $\Rightarrow S_7 = S_5 + x \quad \dots(1)$

Además:  
 $S_5 = 66 \quad \dots(2)$

$$\frac{S_7}{7} = 26$$

$$S_7 = 26 \cdot 7 = 182 \quad \dots(3)$$

Reemplazando (3) y (2) en (1) tenemos:

$$182 = 66 + x$$

$$x = 116$$

Me piden:  $MA(x) = \frac{x}{2}$

$$MA(x) = \frac{116}{2}$$

$$\therefore MA(x) = 58$$

**Clave E**

- 29** Del enunciado:  
 $2MA(a; b) = [MG(a; b)]^2 + 1$   
 $2 \cdot \frac{a+b}{2} = (\sqrt{a \cdot b})^2 + 1$   
 $a + b = a \cdot b + 1$

Dato:  $a = 120$   
 $\Rightarrow 120 + b = 120b + 1$   
 $119b = 119$   
 $\therefore b = 1$

**Clave A**

- 30** Del enunciado:  $\frac{MA(a, b)}{MG(a, b)} = \frac{5}{3}$

$$\Rightarrow \frac{\frac{a+b}{2}}{\frac{\sqrt{a \cdot b}}{1}} = \frac{5}{3}; \text{ Piden: } x = \frac{a}{b}$$

$$a = xb \quad \dots(1)$$

$$\frac{a+b}{\sqrt{a \cdot b}} = \frac{10}{3} \quad \dots(2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$\frac{xb + b}{\sqrt{xb \cdot b}} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{x+1}{\sqrt{x}} = \frac{10}{3}; \text{ por simple inspección obtenemos } x:$$

$$\therefore x = 9$$

**Clave B**

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 69)

1 Si:  
 $a \ominus b = 3b - 2a^2$   
 $5 \ominus 23 = 3(23) - 2(5)^2$   
 $\therefore 5 \ominus 23 = 69 - 50 = 19$

Clave E

2 Si:  
 $a \nabla b = 5a - 7b + 2$   
 $9 \nabla 6 = 5 \cdot 9 - 7b + 2$   
 $\therefore 9 \nabla 6 = 5$

Clave A

3 Si:  
 $m \theta n = \frac{2m+n}{2} - 1$   
 $7 \theta 4 = \frac{2 \cdot 7 + 4}{2} - 1$   
 $\therefore 7 \theta 4 = 9 - 1 = 8$

Clave C

4 Si:  
 $a \% b = \frac{a+b}{2} + 3$   
 $5 \% 9 = \frac{5+9}{2} + 3 = 10$   
 $\therefore \frac{1}{5} (5 \% 9) = \frac{1}{5} (10) = 2$

Clave B

5 Si:  
 $\triangle x = 5x - 3$   
 $\triangle 3 = 5 \cdot 3 - 3$   
 $\triangle 3 = 12$   
 $\triangle x = 5x - 3$   
 $\triangle 2 = 5 \cdot 2 - 3$   
 $\triangle 2 = 7$   
 $\Rightarrow \triangle 3 + \triangle 2 = 12 + 7 = 19$

Clave D

6 Si:  
 $P \nabla Q = 8P - 6Q$   
 $47 \nabla 46 = 8 \cdot 47 - 6 \cdot 46$   
 $47 \nabla 46 = 4(47 \cdot 2 - 3 \cdot 23)$   
 $47 \nabla 46 = 4(94 - 69)$   
 $\therefore 47 \nabla 46 = 4 \cdot 25 = 100$

Clave A

7 Si:  
 $a \# b = a^2 + 1$   
 $6 \# 66 = 6^2 + 1$   
 $6 \# 66 = 37$   
 $\therefore (6 \# 6) + (5 \# 2) = 37 + 26 = 63$   
 $a \# b = a^2 + 1$   
 $5 \# 2 = 5^2 + 1$   
 $5 \# 2 = 26$

Clave E

8 Si:  
 $a \% b = (2a - b)^3$   
 $5 \% 9 = (2 \cdot 5 - 9)^3$   
 $5 \% 9 = 1^3$   
 $5 \% 9 = 1$   
 $\therefore (5 \% 9) + (4 \% 5) = 1 + 27 = 28$   
 $a \% b = (2a - b)^3$   
 $4 \% 5 = (2 \cdot 4 - 5)^3$   
 $4 \% 5 = 3^3$   
 $4 \% 5 = 27$

Clave D

9 Si:  
 $m \Omega n = \frac{m+n}{m-n} + m + n$   
 $9 \Omega 6 = \frac{9+6}{9-6} + 9 + 6$   
 $\therefore 9 \Omega 6 = \frac{15}{3} + 15 = 20$

Clave C

10 Si:  
 $\square x = 6x - 7$   
 $\square 3 = 6 \cdot 3 - 7$   
 $\square 3 = 11$   
 $\triangle x = 7x - 6$   
 $\triangle 4 = 7 \cdot 4 - 6$   
 $\triangle 4 = 22$   
 $\therefore M = \square 3 + \triangle 4 = 11 + 22 = 33$

Clave A

11 Si:  
 $x \oslash y = \frac{3x+2y}{2}$   
 $4 \oslash 6 = \frac{3 \cdot 4 + 2 \cdot 6}{2} = 12$   
 $12 \oslash 2 = \frac{3 \cdot 12 + 2 \cdot 2}{2} = 20$   
 $\therefore 12 \oslash 2 = 20$

Clave B

12 Si:  
 $a \# b = 7a + 3b$   
 $1 \# 3 = 71 + 33$   
 $1 \# 3 = 16$   
 $\therefore (1 \# 3) (1 \oslash 3) = 16 \cdot 1 = 16$   
 $m \oslash n = 2mn - 5$   
 $1 \oslash 3 = 2 \cdot 1 \cdot 3 - 5$   
 $1 \oslash 3 = 1$

Clave A

13 Si:  
 $m \psi n = m^2 - n$   
 $3 \psi 5 = 3^2 - 5$   
 $3 \psi 5 = 4$   
 $\therefore (4) \psi (9) = 4^2 - 9 = 7$   
 $m \psi n = m^2 - n$   
 $4 \psi 7 = 4^2 - 7$   
 $4 \psi 7 = 9$

Clave A

14 Si:  
 $\left(\frac{a}{2}\right) \Delta \left(\frac{b}{3}\right) = \sqrt{2ab}$   
 $(4) \Delta (3) = \sqrt{2 \cdot 8 \cdot 9} = \sqrt{144}$   
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $a = 8 \quad b = 9$   
 $\therefore 4 \Delta 3 = 12$

Clave C

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 71)

1  
 $a * b = 2a + b - 3$   
 $12 * 8 = 2(12) + 8 - 3$   
 $= 24 + 5$   
 $= 29$

Clave D



2  $m \Delta n = mn - m$   
 $6 \Delta 2 = 6 \cdot 2 - 6$   
 $= 12 - 6$   
 $= 6$

Clave C

3  $\boxed{a} = a^2 - 1$   
 $\boxed{\sqrt{2}} = \sqrt{2}^2 - 1$   
 $= 2 - 1$   
 $= 1$

Clave B

4  $a @ b = \sqrt{a} + \sqrt{a+b}$   
 $4 @ 21 = \sqrt{4} + \sqrt{4+21}$   
 $= 2 + 5$   
 $= 7$

Clave E

5  $m \nabla n = m^n + n^m$   
 $2 \Delta 3 = 2^3 + 3^2$   
 $= 8 + 9$   
 $= 17$

Clave A

6  $\triangle a = a^2 - a$        $\odot b = b - b^2$   
 $\triangle 4 = 4^2 - 4$        $\odot 3 = 3 - 3^2$   
 $= 16 - 4$        $= 3 - 9$   
 $= 12$        $= -6$   
 $\triangle 4 - \odot 3 = 12 - (-6)$   
 $= 18$

Clave D

7  $P \% R = (2P - R)^3$   
 $E = (5 \% 9) + (4 \% 5)$   
 $= (2(5) - 9)^3 + (2(4) - 5)^3$   
 $= 1^3 + 3^3$   
 $= 28$

Clave C

8  $m \theta n = \frac{m+n}{2}$   
 $R = \sqrt{6 \theta 2} + \sqrt{7 \theta 11}$   
 $R = \sqrt{\frac{6+2}{2}} + \sqrt{\frac{7+11}{2}}$   
 $R = 2 + 3$   
 $R = 5$

Clave D

9  $\triangle x = x^2 - 4$   
 $\triangle 3 = 3^2 - 4$   
 $= 5$   
 $\triangle 5 = 5^2 - 4 = 21$

Clave B

## NIVEL 2 (página 71)

10  $m \theta n = \frac{2m+n}{2} - 1$   
 $7 \theta 4 = \frac{2(7)+4}{2} - 1$   
 $= 9 - 1$   
 $= 8$

Clave C

11  $m @ n = \frac{m+2n}{m-n}$   
 $(3 @ 2) @ 4 = \left( \frac{3+2(2)}{3-2} \right) @ 4$   
 $= 7 @ 4$   
 $= \frac{7+2(4)}{7-4}$   
 $= \frac{15}{3} = 5$

Clave A

12  $x \oslash y = \frac{3x+2y}{2}$   
 $(4 \oslash 6) \oslash 2 = \frac{3(4)+2(6)}{2} \oslash 2$   
 $= 12 \oslash 2$   
 $= \frac{3(12)+2(2)}{2}$   
 $= 20$

Clave D

13  $\triangle x = x^2 - x^3$   
 $\triangle 2 = 2^2 - 2^3$   
 $= -4$   
 $= (-4)^2 - (-4)^3 = 80$

Clave E

14  $2 \alpha b = 5a - 7b$   
 $(4 \alpha 2) \alpha (6 \alpha 4)$   
 $= (5 \cdot 4 - 7 \cdot 2) \alpha (5 \cdot 6 - 7 \cdot 4)$   
 $= 6 \alpha 2 = 5 \cdot 6 - 7 \cdot 2$   
 $\Rightarrow 6 \alpha 2 = 16$

Clave A

15  $a \nabla b = a^2 + 2b - ab$   
 $(3 \nabla 2) \nabla (2 \nabla 3)$   
 $(3^2 + 2(2) - 3(2)) \nabla (2^2 + 2(3) - 2(3))$   
 $(9 + 4 - 6) \nabla (4 + 6 - 6) = 7 \nabla 4$

Luego:  
 $7 \nabla 4 = 7^2 + 2(4) - 7(4)$   
 $7 \nabla 4 = 49 + 8 - 28$   
 $7 \nabla 4 = 49 - 20 = 29$

Clave B

16  $a \alpha b = a^2 - 2b$   
 $(3\sqrt{2} \alpha 4) \alpha 3$   
 $3\sqrt{2} \alpha 4 = (3\sqrt{2})^2 - 2(4)$   
 $= 18 - 8 = 10$   
 $\Rightarrow 10 \alpha 3 = 10^2 - 2(3) = 94$

Clave D

17  $\triangle x = 2x - 3$   
 $\odot x = 3x + 1$   
 $S = \sqrt{\triangle 8 + \odot 4} - 1$   
 $\triangle 8 = 2(8) - 3 = 13$   
 $\odot 4 = 3(4) + 1 = 13$   
 $S = \sqrt{13 + 13 - 1}$   
 $S = \sqrt{25}$   
 $S = 5$

Clave A

18  $\triangle b = b^2 - ac$   
 $a \triangle c = 5^2 - 6 \cdot 4 = 25 - 24 = 1$   
 $6 \triangle 4 = 7^2 - 9 \cdot 5 = 49 - 45 = 4$   
 $9 \triangle 5 = 3^2 - 1 \cdot 2 = 9 - 2 = 7$   
 $1 \triangle 2 = 4^2 - 1 \cdot 7 = 16 - 7 = 9$

Clave D

## NIVEL 3 (página 72)

19  $a \# b = 7a + 3b$   
 $m \oslash n = 2mn - 5$   
 $(1 \# 3) (1 \oslash 3)$   
 $= (7(1) + 3(3))(2(1 \cdot 3) - 5)$   
 $= 16 \cdot 1$   
 $= 16$

Clave C





20  $a \nabla b = 2a + 3b - 5$   
 $a \% b = a^2 - 2b + 1$   

$$\frac{(2 \nabla 4) + 1}{3 \% 2} = \frac{(2(2) + 3(4) - 5) + 1}{3^2 - 2(2) + 1}$$

$$= \frac{12}{6} = 2$$
**Clave C**

21  $\boxed{x} = \sqrt{x} + x^2$   
 $\odot x = \frac{x}{3} - 5$   
 $\bigcirc 4 = \sqrt{4} + 4^2$   
 $= \bigcirc 18 = \frac{18}{3} - 5 = 1$ 
**Clave E**

22  $m * n = \frac{m+n+m \cdot n}{2}$   
 $m \phi n = \frac{2m+3n}{5}$   

$$\frac{(4 * 6) - 1}{7 \phi 2} = \frac{\frac{(4+6+4 \cdot 6)}{2} - 1}{\frac{2(7)+3(2)}{5}}$$

$$= \frac{16}{4} = 4$$
**Clave D**

23  $a \Delta b = a^2 - b^2$   
 Recordar:  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$   
 $5444 \Delta 5443$   
 $= (5444 - 5443)(5444 + 5443)$   
 $= 1(10\,887)$   
 $= 10\,887$   
 Nos piden:  
 $1 + 0 + 8 + 8 + 7 = 24$ 
**Clave C**

24  $a \# b = a^2 - b^2 + 1$   
 $S = 4 \cdot \left[ \frac{(-3) \# (-2)}{(-4) \# (-3)} \right]$   
 $(-3) \# (-2) = (-3)^2 - (-2)^2 + 1$   
 $= 9 - 4 + 1$   
 $= 6$   
 $(-4) \# (-3) = (-4)^2 - (-3)^2 + 1$   
 $= 16 - 9 + 1$   
 $= 8$   
 $S = \frac{4 \cdot 6}{8} = 3$ 
**Clave B**

25  $\boxed{x} = x^2 - 1$   
 $\odot x = x^2 + 1$   
 $F = \sqrt{\odot 3} + 1$   
 $F = \sqrt{\odot 3^2 + 1} + 1$   
 $F = \sqrt{\boxed{10}} + 1$

$F = \sqrt{(10^2 - 1) + 1}$   
 $F = \sqrt{10^2}$   
 $F = 10$

**Clave E**

26  $\boxed{x} = x^2 - x + 1$   
 $S = \sqrt[3]{\boxed{4} - \sqrt{25}}$   
 $S = \sqrt[3]{(4^2 - 4 + 1) - 5}$   
 $S = \sqrt[3]{13 - 5}$   
 $S = \sqrt[3]{8}$   
 $S = 2$

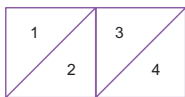
**Clave E**

27  $a^{\#b} = \frac{a+b}{a-b}$   
 $E = 8^{\#7} + 10^{\#9}$   
 $E = \frac{8+7}{8-7} + \frac{10+9}{10-9}$   
 $E = 15 + 19$   
 $E = 34$

**Clave A**

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 79)

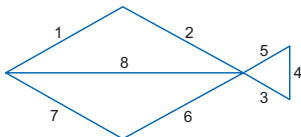
1



2 números: 12; 23; 34 = 3  
3 números: 123; 234 = 2  
4 números: 1234 = 1  
 $\therefore 3 + 2 + 1 = 6$  cuadriláteros

Clave D

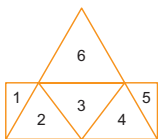
2



1 número: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 = 8  
2 números: 23; 56 = 2  
 $\therefore 8 + 2 = 10$  segmentos

Clave B

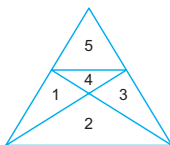
3



1 número: 1; 2; 3; 4; 5; 6 = 6  
4 números: 2346 = 1  
 $\therefore 6 + 1 = 7$  triángulos

Clave E

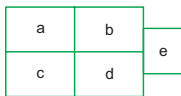
4



1 número: 1; 2; 3; 4; 5 = 5  
2 números: 12; 43; 23; 14 = 4  
3 números: 145; 345 = 2  
5 números: 12345 = 1  
 $\therefore 5 + 4 + 2 + 1 = 12$  triángulos

Clave A

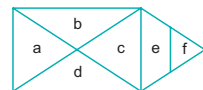
5



1 letra: a; b; c; d; e = 5  
2 letras: ab; cd; ac; bd = 4  
4 letras: abcd = 1  
 $5 + 4 + 1 = 10$  cuadriláteros

Clave B

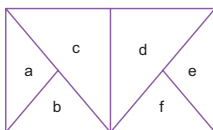
6



1 letra: a; b; c; d; e = 5  
2 letras: ab; bc; cd; ad; ef = 5  
 $5 + 5 = 10$  triángulos

Clave A

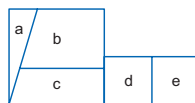
7



1 letra: a; b; c; d; e; f = 6  
2 letras: ab; cd; ef = 3  
 $6 + 3 = 9$  triángulos

Clave B

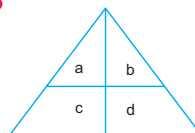
8



1 letra: b; c; d; e = 4  
2 letras: bc; de = 2  
3 letras: abc = 1  
 $4 + 2 + 1 = 7$  cuadriláteros

Clave A

9



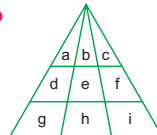
n.º de triángulos:  
1 letra: a; b = 2  
2 letras: ac; bd; ab = 3  
4 letras: abcd = 1  
 $\therefore 2 + 3 + 1 = 6$

n.º de cuadriláteros:  
1 letra: c; d = 2  
2 letras: cd = 1  
 $\therefore 2 + 1 = 3$

$\Rightarrow 6 + 3 = 9$

Clave A

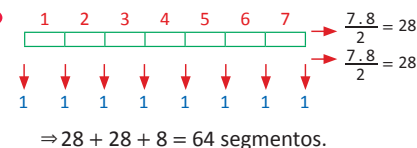
10



1 letra: a; b; c = 3  
2 letras: ab; bc; ad; be; cf = 5  
3 letras: abc; adg; beh; cfi = 4  
4 letras: abde; bcef = 2  
6 letras: abdegh; bcephi; abcdef = 3  
9 letras: abcdefghi = 1  
 $3 + 5 + 4 + 2 + 3 + 1 = 18$  triángulos

Clave A

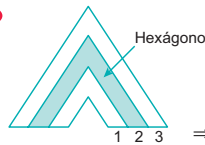
11



$\Rightarrow 28 + 28 + 8 = 64$  segmentos.

Clave B

12

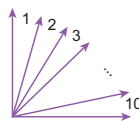


$\Rightarrow \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$

$\therefore$  Hay 6 hexágonos.

Clave A

13



n.º de ángulos =  $\frac{n(n+1)}{2}$ ;  $n = 10$   
n.º de ángulos =  $\frac{10(11)}{2} = 55$

Clave C



14  $n = 16$

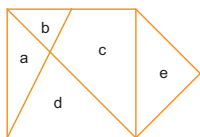
$$n.º \text{ de triángulos} = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{16(17)}{2}$$

$$n.º \text{ de triángulos} = 136$$

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 81)

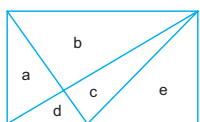
1



- 1 letra: a; b; d; e = 4
- 2 letras: ad; bc; ab = 3
- 4 + 3 = 7 triángulos

Clave B

2

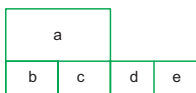


- 1 letra: a; b; c; d; e = 5
- 2 letras: ab; dc; bc; ad = 4
- 3 letras: dce = 1

$$5 + 4 + 1 = 10 \text{ triángulos}$$

Clave A

3

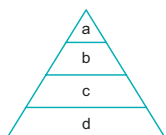


- 1 letra: a; b; c; d; e = 5
- 2 letras: bc; cd; de = 3
- 3 letras: abc; bcd; cde = 3
- 4 letras: bcde = 1

$$5 + 3 + 3 + 1 = 12 \text{ cuadriláteros}$$

Clave B

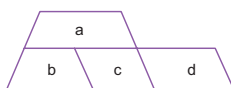
4



- 1 letra: a = 1
- 2 letras: ab = 1
- 3 letras: abc =
- 4 letras: abcd = 1
- 1 + 1 + 1 + 1 = 4 triángulos

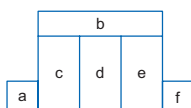
Clave D

5



- 1 letra: a; b; c; d = 4
- 2 letras: bc; cd = 2
- 3 letras: abc; bcd = 2
- 4 + 2 + 2 = 8 cuadriláteros

6



Clave B

1 letra: a; b; c; d; e; f = 6

2 letras: cd; de = 2

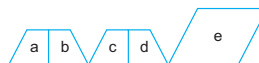
3 letras: cde = 1

4 letras: bcde = 1

$$6 + 2 + 1 + 1 = 10 \text{ cuadriláteros}$$

Clave B

7

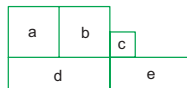


- 1 letra: a; b; c; d; e = 5
- 2 letras: ab; cd = 2

$$5 + 2 = 7 \text{ cuadriláteros}$$

Clave D

8

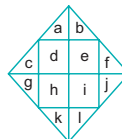


- 1 letra: a; b; c; d; e = 5
- 2 letras: ab; de = 2
- 3 letras: abd = 1

$$5 + 2 + 1 = 8 \text{ cuadriláteros}$$

Clave B

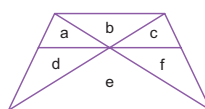
9



- 1 letra: a; b; c; f; g; j; k; l = 8
- 2 letras: ab; kl; cg; fj = 4
- 3 letras: adc; bef; ghk; lij = 4
- 6 letras: abcdef; ghijkl; adcgkh; befjil = 4
- 8 + 4 + 4 + 4 = 20 triángulos

Clave A

10

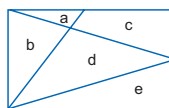


- 1 letra: a; b; c; d; e; f = 6
- 2 letras: ad; cf = 2
- 3 letras: bad; bcf; ade; cfe = 4
- 6 + 2 + 4 = 12 triángulos

Clave E

### NIVEL 2 (página 82)

11

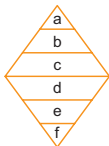


- 1 letra: a; b; d; e = 4
- 2 letras: ab; ac; bd = 3
- 4 + 3 = 7 triángulos

Clave D



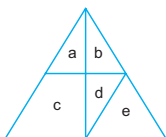
12



- 1 letra: a; f = 2  
2 letras: ab; fe = 2  
3 letras: abc; def = 2  
2 + 2 + 2 = 6 triángulos

Clave B

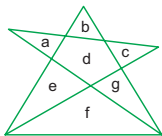
13



- 1 letra: a; b; d; e = 4  
2 letras: ab; ac; bd = 3  
3 letras: bde = 1  
5 letras: abcde = 1  
4 + 3 + 1 + 1 = 9 triángulos

Clave B

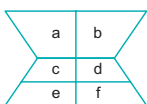
14



- 1 letra: a; b; c; g; e; f = 6  
2 letras: fg; ef = 2  
3 letras: adc; bde; bdg; adg; edc = 5  
5 letras: bdgfe = 1  
6 + 2 + 5 + 1 = 14 triángulos

Clave E

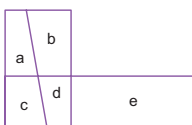
15



- 1 letra: a; b; c; d; e; f = 6  
2 letras: ab; cd; ef; ce; df = 5  
4 letras: cdfe = 1  
6 + 5 + 1 = 12 cuadriláteros

Clave C

16

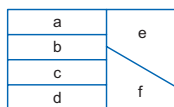


- 1 letra: c; d; e; a; b = 5  
2 letras: ab; cd; ac; bd; de = 5

- 3 letras: cde = 1  
4 letras: abcd = 1  
5 + 5 + 1 + 1 = 12 cuadriláteros

Clave A

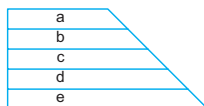
17



- 1 letra: a; b; c; d; e; f = 6  
2 letras: ab; bc; cd; ef = 4  
3 letras: abc; bcd = 2  
4 letras: abcd = 1  
6 letras: abcdef = 1  
6 + 4 + 2 + 1 + 1 = 14 cuadriláteros

Clave D

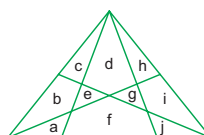
18



- 1 letra: a; b; c; d; e = 5  
2 letras: ab; bc; cd; de = 4  
3 letras: abc; bcd; cde = 3  
4 letras: abcd; bcde = 2  
5 letras: abcde = 1  
5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 cuadriláteros

Clave E

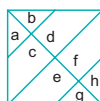
19



- 1 letra: a; c; e; g; h; j = 6  
2 letras: bc; de; dg; hi; gi; be = 6  
3 letras: abc; hij; cdg; afj; afg; efj; edh = 7  
4 letras: bcde; dhgi; degf = 3  
5 letras: afgij; cdhgi; bcedh; abefj = 4  
7 letras: abcdefg; edghfij = 2  
10 letras: abcdefghij = 1  
6 + 6 + 7 + 3 + 4 + 2 + 1 = 29 triángulos

Clave C

20

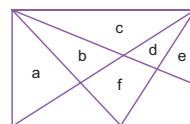


- 1 letra: a; b; g; h = 4  
2 letras: ab; ac; bd; gh; eg; fh = 6  
4 letras: abcd; efgh; bdfh; aceg = 4  
4 + 6 + 4 = 14 triángulos

Clave E

### NIVEL 3 (página 83)

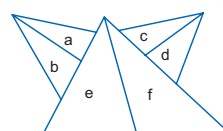
21



- 1 letra: a; b; c; d; e = 5  
2 letras: ab; bc; cd; de; bf; fd = 6  
3 letras: cde; abc = 2  
4 letras: bcfd = 1  
5 + 6 + 2 + 1 = 14 triángulos

Clave C

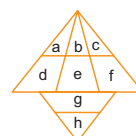
22



- 1 letra: a; b; c; d; e; f = 6  
2 letras: ab; ef; cd = 3  
6 + 3 = 9 triángulos

Clave A

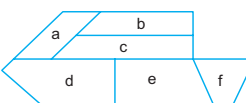
23



- 1 letra: a; b; c; h = 4  
2 letras: ab; bc; ad; be; cf; gh = 6  
3 letras: abc = 1  
4 letras: abde; bcef = 2  
6 letras: abcdef = 1  
4 + 6 + 1 + 2 + 1 = 14 triángulos

Clave D

24

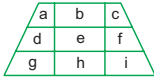


- 1 letra: a; b; c; e; f = 5  
2 letras: bc; ef = 2  
3 letras: abc = 1  
5 + 2 + 1 = 8 cuadriláteros

Clave C



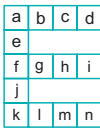
25



1 letra: a; b; c; d; e; f; g; h; i = 9  
 2 letras: ab; bc; de; ef; gh; hi; ad; dg; be; eh; cf; fi = 12  
 3 letras: abc; def; ghi; adg; beh; cfi = 6  
 4 letras: abde; degf; bcef; efhi = 4  
 6 letras: abcdef; defghi; abdegf; bcephi = 4  
 9 letras: abcdefghi = 1  
 $9 + 12 + 6 + 4 + 4 + 1 = 36$  cuadriláteros

Clave B

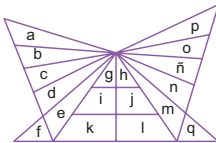
26



1 letra: a; b; c; d; e; f; g; h; i; j; k; l; m; n = 14  
 2 letras: ab; bc; cd; ae; ef; fg; gh; hi; fj; jk; kl; lm; mn = 13  
 3 letras: abc; bcd; aef; fgh; ghi; fjk; efj; klm; lmn = 9  
 4 letras: abcd; aefj; efjk; fgih; klmn = 5  
 5 letras: aefjk = 1  
 $14 + 13 + 9 + 5 + 1 = 42$  cuadriláteros

Clave A

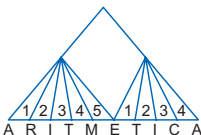
27



1 letra: a; b; c; d; e; f; g; h; m; n; ñ; o; p; q = 14  
 2 letras: ab; bc; cd; de; fe; gh; gi; hj; po; oñ; ñn; nm; mq = 13  
 3 letras: abc; bcd; cde; gik; hjl; poñ; oñn; ñnm = 8  
 4 letras: abcd; bcde; ghij; poñn; oñnm = 5  
 5 letras: abcde; fegik; hjlmq; poñnm = 4  
 6 letras: kighjl = 1  
 8 letras: fegiklgh; gikljhmq = 2  
 10 letras: fegikljhmq = 1  
 $14 + 13 + 8 + 5 + 4 + 1 + 2 + 1 = 48$  triángulos

Clave C

28



$$n.º \text{ de triángulos} = \frac{n(n+1)}{2}; n = 5$$

$$n.º \text{ de triángulos} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$$

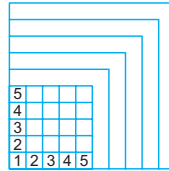
$$n.º \text{ de triángulos} = \frac{n(n+1)}{2}; n = 4$$

$$n.º \text{ de triángulos} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

$$\Rightarrow 15 + 10 + 1 = 26 \text{ triángulos}$$

Clave C

29



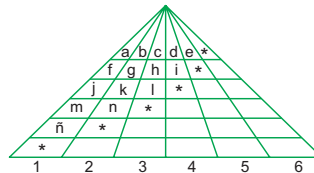
$$n.º \text{ de cuadrados} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}; n = 5$$

$$n.º \text{ de cuadrados} = \frac{5(6)(11)}{6} = 55$$

$$\Rightarrow 55 + 5 = 60 \text{ cuadrados}$$

Clave D

30



$$n.º \text{ de triángulos} = \left( \frac{6 \cdot 7}{2} \right) \cdot 6$$

$$n.º \text{ de triángulos} = 126$$

Contamos los triángulos sin asterisco:

1 letra: a; b; c; d; e = 5

2 letras: ab; bc; cd; de; af; bg; ch; di = 8

3 letras: abc; bcd; cde; afg; bgk; chl = 6

4 letras: abcd; bcde; abfg; bcgh; cdhi; afjm; bgkn = 7

5 letras: abcde; afjmn = 2

6 letras: abcdfgh; bcdghi; abfgjk; bcghkl = 4

8 letras: abcd fghi; abfgjklmn = 2

9 letras: abcd fghijkl = 1

$$5 + 8 + 6 + 7 + 2 + 4 + 2 + 1 = 35$$

$$126 - 35 = 91 \text{ triángulos con al menos un asterisco en su interior.}$$

Clave B

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 90)

1 I.  $0,66 > 0,6$  (F) II.  $\frac{91}{\sqrt{49}} = \frac{91}{7} = 13$  (F)

$$\frac{66}{100} > \frac{6}{9}$$

$$594 > 600$$

III.  $0,24 = \frac{24-2}{90} = \frac{22}{96} = \frac{11}{45}$  (V)

Clave D

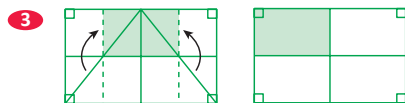
2  $A = \frac{1}{2} - 0,3 = \frac{1}{2} - \frac{3}{10} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$

$$B = 2 + \frac{1}{6} = \frac{12+1}{6} = \frac{13}{6}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{A}{B}\right) = \left(\frac{\frac{1}{6}}{\frac{13}{6}}\right) = \frac{1}{13}$$

∴ El denominador es 13.

Clave B



$$\frac{2}{8} < \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4}$$

Clave A

4  $M = 1 + \frac{1}{\frac{4+1}{4}} = 1 + \frac{1}{\frac{5}{4}} = 1 + \frac{4}{5} = \frac{5+4}{5} = \frac{9}{5}$

Clave D

5 Inicio: 60 bombones

Ana come:  $\frac{1}{2} \cdot 60 = 30$

Luis come:  $\frac{1}{4} \cdot 60 = 15$

∴ Al final quedan:  $60 - 30 - 15 = 15$  bombones

Clave E

6 Inicio: S/. 200.

Gasta en zapatos:  $\frac{3}{5} \cdot 200 = 120$

Gasta en comida:  $\frac{1}{8} \cdot 200 = 25$

∴ Al final el vuelto es:  $200 - 120 - 25 = \text{S/. } 55$

Clave C

7  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{2}{5} + \frac{4}{5}\right)$

$$\left(\frac{6+4+3}{12}\right) \div \left(\frac{2+4}{5}\right)$$

$$\left(\frac{13}{12}\right) \div \left(\frac{6}{5}\right) = \frac{13 \cdot 5}{12 \cdot 6} = \frac{65}{72}$$

Clave C

8  $P = \frac{32-3}{90} + \frac{3}{9} + \frac{33}{100}$

$$P = \frac{29}{90} + \frac{1}{3} + \frac{33}{100} = \frac{290+300+297}{900} = \frac{887}{900}$$

∴ El numerador es 887.

Clave B

9 Del enunciado planteamos:

$$x \cdot \left(\frac{1}{3}\right) = 4$$

$$x = 12$$

∴ Hay 12.

Clave A

10  $\frac{3}{2} \times \frac{5}{8} \times \frac{4}{9} \times 288 = 120$

Clave B

11  $x = 75 + \frac{3}{8}x$

$$x - \frac{3}{8}x = 75$$

$$\frac{5}{8}x = 75$$

$$x = \text{S/. } 120$$

Clave B

12 Saldo =  $\frac{1}{6} (426) - \frac{1}{3} (45) = \text{S/. } 56$

Clave D

13  $L = 0,2 + 0,3 + 0,4 + \dots + 0,8$

$$L = \frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{8}{9}$$

$$L = \frac{8 \times 9}{2} - 1$$

$$L = \frac{35}{9} = 3,8$$

Clave A

14 T (total de vino al inicio) = 76 L

Se extraen	Quedan
$\frac{1}{4}T$	$\frac{3}{4}T$
$\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}T\right)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}T\right)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4} \times 76 \text{ L}\right) = 28,5 \text{ L}$$

Clave C

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 92)

1  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{1}{6}$

Clave D

2  $0,35 = \frac{35-3}{90} = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$

Clave B



3  $x(25) = 15$

$$x = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

4  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{2}{5} + \frac{4}{5}\right)$

$$\left(\frac{6+4+3}{12}\right) \div \left(\frac{6}{5}\right)$$

$$\frac{13 \times 5}{12 \times 6} = \frac{65}{72}$$

5  $\frac{3}{5} \times \frac{7}{8} \times \frac{15}{7} \times \frac{1}{2} \times 16 = 9$

6  $\frac{4}{3} \times \frac{5}{8} \times \frac{1}{3} \times 54 = 15$

7  $\frac{1}{2} + \frac{3}{1 + \frac{4}{3}} \times \frac{7}{9} = \frac{1}{2} + \frac{3}{\frac{7}{3}} \times \frac{7}{9}$

$$= \frac{1}{2} + \frac{9}{7} \times \frac{7}{9} = \frac{3}{2}$$

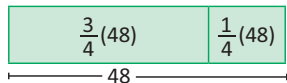
8  $\frac{3}{5} - \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{3}{8}} \times \frac{1}{12} = \frac{3}{5} - \frac{1}{\frac{1}{8}} \times \frac{1}{12}$

$$= \frac{3}{5} - 8 \times \frac{1}{12}$$

$$= \frac{3}{5} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{15}$$

#### NIVEL 2 (página 92)

9



Trozo restante =  $\frac{1}{4}(48) = 12$

10  $\frac{6}{\frac{1}{5}} = 30$

11  $1 - \frac{3}{7} = \frac{7-3}{7} = \frac{4}{7}$

12  $1 - \frac{7}{11} = \frac{11-7}{11} = \frac{4}{11}$

13 T: cantidad inicial de dinero

Luego de ir de compras 3 veces, le quedaron entonces:

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)T = 270$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 T = 270$$

$$T = S/.640$$

14  $2000 - \frac{3}{4}(2000) = \frac{1}{4}(2000) = S/.500$

Clave E

Clave E

Clave C

Clave D

Clave E

Clave B

Clave C

Clave A

Clave B

Clave E

Clave A

Clave A

15  $5000 - \frac{3}{5}(5000) = \frac{2}{5}(5000) = S/.2000$

Clave B

16  $M = \frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{4}{9} = \frac{9}{9} = 1$

Clave B

17  $\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{8}\right)\left(2\frac{1}{2} + 6\frac{4}{5} + 5\frac{1}{10}\right)$

$$= \left(\frac{24+8+3}{24}\right)\left(\frac{5}{2} + \frac{34}{5} + \frac{51}{10}\right)$$

$$= \left(\frac{35}{24}\right)\left(\frac{25+68+51}{10}\right)$$

$$= \left(\frac{35}{24}\right)\left(\frac{144}{10}\right) = 21$$

Clave D

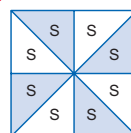
18  $\frac{3}{3 - \frac{2}{2 - \frac{3}{5}}} = \frac{3}{3 - \frac{2}{\frac{7}{5}}} = \frac{3}{3 - \frac{10}{7}}$

$$= \frac{3}{\frac{11}{7}} = \frac{21}{11}$$

Clave D

#### NIVEL 3 (página 93)

19



$$\frac{\text{Área sombreada}}{\text{Área total}} = \frac{4S}{8S} = \frac{1}{2}$$

Clave C

20  $\frac{a}{b} \times \frac{p}{q} \times \frac{qb}{ap} \times 21 = 21$

Clave E

21  $\frac{m}{n} \times \frac{1}{2} \times \frac{a}{b} \times \frac{n}{a} = \frac{m}{2b}$

Clave E

22 T: total de vino

Se extraen	Quedan
$\frac{3}{5}T$	$\frac{2}{5}T$
$\frac{3}{4}\left(\frac{2}{5}T\right)$	$\frac{1}{4}\left(\frac{2}{5}T\right)$
$\frac{1}{5}\left[\frac{1}{4}\left(\frac{2}{5}T\right)\right]$	$\frac{4}{5}\left[\frac{1}{4}\left(\frac{2}{5}T\right)\right]$

$$\text{Quedan: } \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \times T = \left(\frac{2}{25}\right)T$$

Clave E



23 T: cantidad inicial de dinero

Gasta	Queda
$\frac{4}{5}T$	$\frac{1}{5}T$
$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}T\right)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}T\right)$
$\frac{3}{4}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}T\right)\right]$	$\frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}T\right)\right]$

Le quedó:  $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times T = \frac{1}{40}T$

Clave D

24

T: cantidad inicial de dinero

	Gasta	Le quedan
1. <sup>a</sup> compra	$\frac{1}{3}T$	$\frac{2}{3}T$
2. <sup>a</sup> compra	$\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}T\right)$	$\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}T\right)$
3. <sup>a</sup> compra	$\frac{1}{3}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}T\right)\right]$	$\frac{2}{3}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}T\right)\right]$

Le quedó:  $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times T = \frac{8}{27}T$

Clave D

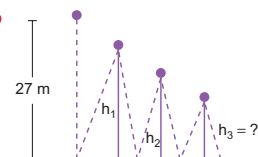
25 T: cantidad inicial de dinero

	Pierde	Quedan
1. <sup>a</sup> vez	$\frac{2}{5}T$	$\frac{3}{5}T$
2. <sup>a</sup> vez	$\frac{2}{5}\left(\frac{3}{5}T\right)$	$\frac{3}{5}\left(\frac{3}{5}T\right) = A$
3. <sup>a</sup> vez	$\frac{2}{5}A$	$\frac{3}{5}A$

Le quedó:  $\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times T = \frac{27}{125}T$

Clave E

26



$h_1 = \frac{2}{3}(27) = 18 \text{ m}$

$h_2 = \frac{2}{3}(18) = 12 \text{ m}$

$h_3 = \frac{2}{3}(12) = 8 \text{ m}$

Clave B

27  $0,00 \dots 001234 = 1234 \times 10^x$   
23 ceros

$1234 \times 10^{-27} = 1234 \times 10^x$   
 $\Rightarrow x = -27$

$\therefore 2x - 5 = -59$

Clave C

28  $E = \frac{\left(\frac{3}{9}\right)\left(\frac{5}{9}\right)}{\left(\frac{4}{9}\right)\left(\frac{12-1}{90}\right)} = \frac{\frac{5}{27}}{\frac{22}{405}} = \frac{5 \times 405}{27 \times 22}$

$E = \frac{75}{22}$

Clave C



## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 99)

- 1** Total de asistentes: 75  
 n.º de hombres = 32%75  
 $n.º \text{ de hombres} = \frac{32}{100} \times 75$   
 $n.º \text{ de hombres} = 24$

Clave B

- 2** Procedemos a multiplicaciones sucesivas:  
 $x = (20\%)(35\%) \cdot (42\%) 800$   
 $x = \frac{20}{100} \cdot \frac{35}{100} \cdot \frac{42}{100} \cdot 800$   
 $x = S/. 23,52$

Clave D

- 3** Sea el número: x  
 $\Rightarrow 25\% x + x = 50$   
 $125\%x = 50$   
 $\frac{125}{100} \cdot x = 50$   
 $\therefore x = 40$

Clave A

- 4** Sea el número: x  
 $\Rightarrow x - 30\%x = 140$   
 $70\%x = 140$   
 $\frac{70}{100}x = 140$   
 $\therefore x = 200$

Clave E

- 5** Procedemos a multiplicaciones sucesivas:  
 $x = (130\%) \cdot (120\%) \cdot 250$   
 $x = \frac{130}{100} \cdot \frac{120}{100} \cdot 250$   
 $x = 390$

Clave C

- 6** Sea el número: x  
 Según el enunciado tenemos:  
 $20\% \cdot x = 100$   
 $\frac{20}{100} \cdot x = 100$   
 $\therefore x = 500$

Clave D

- 7** Sea el porcentaje: x  
 Del enunciado de tenemos:  
 $x \cdot 200 = 30$   
 $x = \frac{30}{200} \cdot 100\%$   
 $x = 15\%$

Clave D

- 8** Sea el porcentaje: x  
 Del enunciado tenemos:  
 $x \cdot 15a = 3a$   
 $x = \frac{3a}{15a} \cdot 100\%$   
 $x = 20\%$

Clave A

- 9** Total de trabajadores: 32  
 n.º de mujeres = 20  
 $\Rightarrow n.º \text{ de hombres} = 32 - 20 = 12$

$$\begin{aligned} \text{Piden: } x \cdot 32 &= 12 \\ x &= \frac{12}{32} \times 100\% \\ \therefore x &= 37,5\% \end{aligned}$$

Clave D

- 10** Al inicio tenía: S/. 350  
 Me regalan: S/. 140  
 Tengo:  $350 + 140 = S/. 490$   
 Piden:  $x \cdot 350 = 490$   
 $x = \frac{490}{350} \cdot 100\%$   
 $\therefore x = 140\%$

Clave B

- 11** Del enunciado planteamos:  
 Primer descuento: 18%  $\Rightarrow$  Queda: 82%  
 Segundo descuento: 12%  $\Rightarrow$  Queda: (88%) (82%)  
 $\Rightarrow \frac{88}{100} \times \frac{82}{100} = 72,16\%$   
 Finalmente, el descuento equivalente será:  
 $100\% - 72,16\% = 27,84\%$

Clave B

- 12** Del enunciado planteamos:  
 Primer aumento: 10%  $\Rightarrow$  Tengo: 110%  
 Segundo aumento: 10%  $\Rightarrow$  Tengo: (110%) (110%)  
 Tercer aumento: 40%  $\Rightarrow$  Tengo: (110%) (110%) (140%)  
 $\Rightarrow \frac{110}{100} \cdot \frac{110}{100} \cdot \frac{140}{100} = 169,4\%$   
 Finalmente, el aumento equivalente será:  
 $169,4\% - 100\% = 69,4\%$

Clave E

- 13** Del enunciado planteamos:  
 Aumenta del 10%  $\Rightarrow$  Tengo: 110%  
 Aumento del 20%  $\Rightarrow$  Tengo: (110%)(120%)  
 Descuento del 30%  $\Rightarrow$  Tengo: (110%)(120%)(70%)  
 $\Rightarrow \frac{110}{100} \cdot \frac{120}{100} \cdot \frac{70}{100} = 92,4\%$   
 Observamos que equivalen a un descuento de:  
 $100\% - 92,4\% = 7,6\%$

Clave A

- 14** Descuento:  $850 - 816 = S/. 34$   
 $\Rightarrow x \cdot (850) = 34$   
 $x = \frac{34}{850} \cdot 100\%$   
 $\therefore x = 4\%$

Clave B



## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 101)

- 1  $124\%N = 930$   
 $\frac{124}{100} \cdot N = 930$   
 $N = 750$
- 2  $132\%N = 330$   
 $\frac{132}{100} \cdot N = 330$   
 $N = 250$
- 3  $70\%N = 210$   
 $\frac{70}{100} \cdot N = 210$   
 $N = 300$
- 4  $80\%N = 320$   
 $\frac{80}{100} \cdot N = 320$   
 $N = 400$
- 5  $20\% \cdot 30\% \cdot 40\% \cdot 2500$   
 $\frac{20}{100} \times \frac{30}{100} \times \frac{40}{100} \times 2500 = 60$
- 6  $20\% \cdot 25\% \cdot 2/7 \cdot 1/2 \cdot 28\,000$   
 $\frac{20}{100} \times \frac{25}{100} \times \frac{2}{7} \times \frac{1}{2} \times 28\,000 = 200$
- 7  $10\% \cdot 40\% \cdot 200 + 15\% \cdot 24\% \cdot 8000$   
 $= \frac{10}{100} \times \frac{40}{100} \times 2000 + \frac{15}{100} \times \frac{24}{100} \times 8000$   
 $= 80 + 288 = 368$
- 8  $30\% \cdot 40\% \cdot 2000$   
 $\frac{30}{100} \times \frac{40}{100} \times 2000 = 240$
- 9 Total = 420 personas  
 $V = 40\% \cdot 420$   
 $V = \frac{40}{100} \cdot 420 = 168 \Rightarrow M = 252$   
 Se retira:  $25\% (252)$   
 $\frac{25}{100} (252) = 63$   
 $\therefore$  Quedan:  $420 - 63 = 357$
- 10 Ganó S/. 360  
 Descuento =  $15\% (360)$   
 $= \frac{15}{100} \cdot 360 = 54$   
 $\therefore$  Recibió:  $360 - 54 = 306$

Clave C

Clave D

Clave B

Clave A

Clave E

Clave C

Clave C

Clave A

Clave B

Clave B

### NIVEL 2 (página 102)

- 11  $\frac{50}{100} \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{80}{100} = 12\%$   
 $100\% - 12\% = 88\%$
- 12  $x\%(8a) = 2a$   
 $x = 25$   
 $\Rightarrow x\% = 25\%$
- 13  $\frac{110}{100} \cdot \frac{120}{100} = 132\%$   
 $132\% - 100\% = 32\%$
- 14  $\frac{80}{100} \cdot \frac{60}{100} = 48\%$   
 $100\% - 48\% = 52\%$
- 15  $\frac{120}{100} \cdot \frac{110}{100} \cdot \frac{200}{100} = 264\%$   
 $264\% - 100\% = 164\%$
- 16 n.° de soldados:  $x$   
 n.° de soldados muertos:  $5\%x$   
 n.° de soldados vivos:  $x - 5\%x = 95\%x$   
 n.° de soldados heridos:  $20\% \cdot 95\%x = 19\%x$   
 $(5\% + 19\%)x + 608 = x$   
 $608 = x - 24\%x$   
 $608 = 76\%x$   
 $x = 800$   
 $\Rightarrow$  n.° de soldados muertos:  $5\%x = 40$
- 17  $x\%(50) = 20$   
 $x = 40$   
 $\Rightarrow x\% = 40\%$
- 18 Total de personas:  $100n$   
 n.° de hombres:  $40n - 20n = 20n$   
 Nuevo total:  $80n$   
 $\frac{20n}{80n} = \frac{1}{4} < > 25\%$
- 19 Se rompen:  
 $4\% \cdot 750 = \frac{4}{100} \cdot 750 = 30$   
 Restantes:  $750 - 30 = 720$   
 Son defectuosos:  
 $5\% \cdot 720 = \frac{5}{100} \cdot 720 = 36$   
 Restantes:  $720 - 36 = 684$
- 20  $\frac{5a}{20a} \cdot 100\% = 25\%$

Clave A

Clave D

Clave C

Clave D

Clave B

Clave D

Clave A

Clave B

Clave D

Clave E



### NIVEL 3 (página 102)

$$\begin{aligned} 21 \quad x\% \cdot \frac{80}{100} \cdot \frac{40}{100} \cdot \frac{50}{100} \cdot \frac{1}{2} \cdot 200 &= \frac{40}{100} \cdot \frac{0,5}{100} \cdot \frac{10}{100} \cdot 500 \\ (16x)\% &= 10\% \\ x &= 0,625 \\ \Rightarrow x\% &= 0,625\% \end{aligned}$$

Clave A

$$\begin{aligned} 22 \quad \frac{30}{100} \cdot \frac{120}{100} \cdot \frac{40}{100} \cdot x &= \frac{60}{100} \cdot \frac{80}{100} \cdot 30 \\ \frac{144}{1000}x &= \frac{144}{10} \\ x &= 100 \end{aligned}$$

Clave C

$$\begin{aligned} 23 \quad x\% \cdot \frac{40}{100} \cdot \frac{20}{100} \cdot \frac{50}{100} \cdot 100 &= \frac{40}{100} \cdot \frac{10}{100} \cdot 500 \\ \frac{4}{100} &= 20 \\ x &= 500 \\ \Rightarrow x\% &= 500\% \end{aligned}$$

Clave A

$$\begin{aligned} 24 \quad x - 15\%x &= 1649 \\ 85\%x &= 1649 \\ x &= S/.1940 \end{aligned}$$

Clave B

$$\begin{aligned} 25 \quad \begin{array}{ccc} \text{Base} & \text{Altura} & \text{Área} \\ 10 & \times & 10 = 100 \\ 12 & \times & 8 = 96 \end{array} \\ \text{Variación porcentual:} \\ \Delta A = \left( \frac{96 - 100}{100} \right) \times 100\% &= -4\% \\ \Rightarrow \text{El área disminuye en } 4\%. \end{aligned}$$

Clave D

$$\begin{aligned} 26 \quad \text{n.º de hombres: } H \\ \text{n.º de mujeres: } M \\ \text{Del dato:} \\ 12\%H &= 38\%M \\ \frac{H}{M} &= \frac{38}{12} \\ \Rightarrow H &= 38k \quad M = 12k \\ x\%(38k + 12k) &= 38k \\ x &= 76 \\ \Rightarrow x\% &= 76\% \end{aligned}$$

Clave B

$$\begin{array}{rclcl} 27 & \text{Precio} & \text{n.º de} & & \\ & \text{de venta} & \text{ventas} & & \text{Ingreso bruto} \\ 10 & \times & 10 & = & 100 \\ 8 & \times & 10 + x & = & 130 \end{array}$$

Luego:

$$8(10 + x) = 130$$

$$4x = 25$$

$$x = 6,25$$

$$x\% = \frac{6,25}{10} \cdot 100\% = 62,5\%$$

∴ El número de ventas deberá aumentar en 62,5%.

Clave C

28 Total: 100

$$\begin{aligned} \text{Azúcar: } 40 &\Rightarrow \text{consume: } \frac{30}{100}(40) = 12 \\ &\text{queda: } 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Arroz: } 30 &\Rightarrow \text{consume: } \frac{70}{100}(30) = 21 \\ &\text{queda: } 9 \end{aligned}$$

Fideos: 30

Luego:

$$\text{En total queda: } 30 + 9 + 28 = 67$$

$$100\% - 67\% = 33\%$$

Clave A

29

$$\begin{array}{rclcl} \text{Precio de} & \text{n.º de} & & & \\ \text{venta} & \text{ventas} & & & \text{Ingreso} \\ 10 & \times & 10 & = & 100 \\ 8 & \times & (10 + x) & = & 120 \end{array}$$

$$\Rightarrow 8(10 + x) = 120$$

$$10 + x = 15$$

$$x = 5$$

$$\text{Luego: } x = \frac{5}{10} \cdot 100\% = 50\%$$

∴ El número de ventas aumentará en 50%.

Clave E

30 Dos aumentos sucesivos del 10% y 40% de S/. 400:

$$140\% \cdot 110\% \cdot 400 = \frac{140}{100} \cdot \frac{110}{100} \cdot 400 = S/.616$$

Clave E

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 108)

1  $\frac{a}{b} = \frac{3k}{7k}$

Dato:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= 522 \\ (3k)^2 + (7k)^2 &= 522 \\ 9k^2 + 49k^2 &= 522 \\ 58k^2 &= 522 \\ k^2 &= 9 \Rightarrow k = 3 \\ \therefore \text{El mayor es: } 7(3) &= 21 \end{aligned}$$

Clave C

2  $\frac{a}{b} = \frac{2k}{5k}$

Dato:

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 &= 1064 \\ (2k)^3 + (5k)^3 &= 1064 \\ 8k^3 + 125k^3 &= 1064 \\ 133k^3 &= 1064 \\ k^3 &= 8 \Rightarrow k = 2 \\ \therefore \text{El menor es: } 2(2) &= 4 \end{aligned}$$

Clave B

3  $\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} = k \Rightarrow a = 3k ; b = 5k ; c = 7k$

$$\begin{aligned} 2b - c &= 39 \Rightarrow 2(5k) - 7k = 39 \\ 10k - 7k &= 39 \\ 3k &= 39 \Rightarrow k = 13 \end{aligned}$$

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} = 13$$

$$\begin{aligned} a + b + c &= 13(3 + 5 + 7) \\ &= 195 \end{aligned}$$

Clave A

4  $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{9} = k \Rightarrow a = 4k ; b = 5k ; c = 9k$

$$\begin{aligned} 3a - 2b + c &= 132 \Rightarrow 3(4k) - 2(5k) + 9k = 132 \\ 12k - 10k + 9k &= 132 \\ 11k &= 132 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow k = 12$$

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{9} = 12$$

$$\begin{aligned} a + b + c &= 12(4 + 5 + 9) \\ &= 216 \end{aligned}$$

Clave D

5  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$$\begin{aligned} \text{Por dato: } a \cdot b \cdot d &= 1296 \\ a \cdot c \cdot b^2 &= 1296 \\ b^2 \cdot b^2 &= 1296 \\ b^4 &= 1296 \\ b &= 6 \end{aligned}$$

Clave C

6  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow b^2 = ac$

$$\text{Además: } a + c = 51$$

$$a - c = 45$$

$$\Rightarrow 2a = 96$$

$$a = 48 \Rightarrow c = 3$$

$$\therefore b = \sqrt{48 \cdot 3} \Rightarrow b = 12$$

Clave D

7  $\frac{8}{a} = \frac{a}{18}$

$$a = 12$$

$$\frac{9}{12} = \frac{12}{b}$$

$$b = 16$$

$$\frac{12}{16} = \frac{15}{x}$$

$$x = 20$$

Clave B

8  $\frac{4k}{b} = \frac{b}{9k}$

$$\text{Dato: } 4k + 9k = 38$$

$$13k = 39$$

$$k = 3$$

$$\text{También: } b^2 = 36k^2$$

$$b = 6k$$

$$\text{Piden: } b = 6(3) = 18$$

Clave A

9  $\frac{15+x}{37+x} = \frac{3}{5}$

$$75 + 5x = 111 + 3a$$

$$2x = 36$$

$$x = 18$$

Clave C

10  $\frac{40+x}{60} = \frac{8}{3}$

$$40 + x = 160$$

$$x = 120$$

Clave D

11  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$$\frac{a}{24} = \frac{24}{c} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{a}{24} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 16 \quad \frac{24}{c} = \frac{2}{3} \Rightarrow c = 36$$

$$\text{Finalmente: } c - a = 36 - 16 = 20$$

Clave E

12  $\frac{C}{5} = \frac{P}{12} = \frac{V}{13} = k$

$$C = 5k, P = 12k; V = 13k$$

$$\sqrt{(5k)^2 + (12k)^2} = 78$$

$$\sqrt{25k^2 + 144k^2} = 78$$

$$\sqrt{169k^2} = 78$$



$$13k = 78$$

$$k = 6$$

$$\therefore C + P + V = 30K = 30(6) = 180$$

Clave B

$$13 \frac{a}{4} = \frac{b}{8} = \frac{c}{7} = \frac{d}{9} = k$$

$$a = 4k; b = 8k; c = 7k; d = 9k$$

$$ac + bd = 14\,400 \Rightarrow (4k)(7k) + (8k)(9k) = 14\,400$$

$$28k^2 + 72k^2 = 14\,400$$

$$100k^2 = 14\,400$$

$$k^2 = 144$$

$$k = 12$$

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{8} = \frac{c}{7} = \frac{d}{9} = 12$$

$$\frac{a+b+c+d}{4+8+7+9} = 12$$

$$a + b + c + d = 28 \times 12$$

$$a + b + c + d = 336$$

Clave A

$$14 \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$a \cdot b^2 \cdot c = 50\,625$$

$$b^2 \cdot a \cdot c = 50\,625$$

$$b^2 \cdot b^2 = 50\,625$$

$$b^4 = 50\,625$$

$$b = 15$$

$$\frac{a}{15} = \frac{15}{25}$$

$$a = 3 \times 3$$

$$a = 9$$

$$\therefore 9 + 30 + 25 = 64$$

Clave E

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 110)

$$1 \frac{a}{b} = \frac{7k}{15k}$$

$$b - a = 56$$

$$15k - 7k = 56$$

$$8k = 56$$

$$k = 7$$

$$\therefore a = 7(7) = 49$$

Clave C

$$2 \frac{a}{b} = \frac{6k}{11k}$$

$$\frac{3a+2b}{3a-2b} = \frac{3(6k)+2(11k)}{3(6k)-2(11k)} = \frac{40k}{-4k} = -10$$

Clave E

$$3 \frac{a}{b} = \frac{4k}{11k}$$

$$b - a = 84$$

$$11k - 4k = 84$$

$$7k = 84$$

$$k = 12$$

$$\therefore a + b = 15k = 15(12) = 180$$

Clave A

$$4 \frac{a}{b} = \frac{9k}{13k}$$

$$a^2 + b^2 = 2250$$

$$(9k)^2 + (13k)^2 = 2250$$

$$81k^2 + 169k^2 = 2250$$

$$250k^2 = 2250$$

$$k^2 = 9 \Rightarrow k = 3$$

$$\therefore a = 9k = 9(3) = 27$$

Clave A

$$5 \frac{a}{b} = \frac{3k}{5k}$$

$$a^3 + b^3 = 1216$$

$$(3k)^3 + (5k)^3 = 1216$$

$$27k^3 + 125k^3 = 1216$$

$$152k^3 = 1216$$

$$k^3 = 8 \Rightarrow k = 2$$

$$\therefore b = 5k = 5(2) = 10$$

Clave C

$$6 \frac{a}{b} = \frac{8k}{3k}$$

$$a^2 - b^2 = 495$$

$$(8k)^2 - (3k)^2 = 495$$

$$64k^2 - 9k^2 = 495$$

$$55k^2 = 495$$

$$k^2 = 9 \Rightarrow k = 3$$

$$\therefore a = 8k = 8(3) = 24$$

Clave D

$$7 \frac{a}{b} = \frac{9k}{5k}$$

$$E = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + b^2} = \frac{(a+b)^2}{a^2 + b^2} = \frac{(9k+5k)^2}{(9k)^2 + (5k)^2}$$

$$= \frac{(14k)^2}{81k^2 + 25k^2} = \frac{196k^2}{106k^2} = \frac{98}{53}$$

Clave B

$$8 \frac{a}{b} = \frac{9k}{4k}$$

$$\text{Dato: } \frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b = 75$$

$$\frac{1}{3}(9k) + \frac{1}{2}(4k) = 75$$

$$5k = 75 \Rightarrow k = 15$$

$$\therefore b = 4k = 4(15) = 60$$

Clave A

$$9 \frac{a}{b} = \frac{20k}{9k}$$

$$\text{Dato: } \frac{1}{5}a + \frac{1}{3}b = 84$$

$$\frac{1}{5}(20k) + \frac{1}{3}(9k) = 84$$

$$7k = 84 \Rightarrow k = 12$$

$$\therefore a = 20k = 20(12) = 240$$

Clave D



## NIVEL 2 (página 110)

10  $\frac{a}{5} = \frac{b}{8} = \frac{c}{7} = k$

$$5k + 8k - 7k = 12$$

$$6k = 12$$

$$k = 2$$

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{8} = \frac{c}{7} = 2 \Rightarrow \frac{a-b+c}{5-8+7} = 2$$

$$\therefore a - b + c = 8$$

Clave C

11  $\frac{A^2}{16} = \frac{B^2}{25} \Rightarrow \frac{A}{4} = \frac{B}{5} = k$

$$B - A = 7$$

$$5k - 4k = 7$$

$$k = 7$$

$$\frac{9AB}{A+B} = \frac{9(4k)(5k)}{4k+5k} = \frac{9 \times 20k^2}{9k} = 20k$$

$$= 20(7) = 140$$

Clave E

12  $\frac{5a+6b}{3a+2b} = \frac{8}{3} \Rightarrow 15a + 18b = 24a + 16b$

$$2b = 9a$$

$$\frac{b}{a} = \frac{9}{2}$$

Clave B

13  $\frac{a+3b}{4a-2b} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3a + 9b = 4a - 2b$

$$11b = a$$

$$\frac{a}{b} = 11$$

$$E = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 11 + \frac{1}{11} = \frac{122}{11}$$

Clave D

14

- $24 - A = A - 16$

$$40 = 2A$$

$$A = 20$$

- $10 - 8 = 18 - B$

$$2 = 18 - B$$

$$B = 16$$

- $A - B = B - x$

$$20 - 16 = 16 - x$$

$$4 = 16 - x$$

$$x = 12$$

15

- $\frac{16}{12} = \frac{12}{A}$

$$A = 9$$

- $\frac{8}{10} = \frac{20}{B}$

$$B = 25$$

Clave E

- $\frac{A}{x} = \frac{x}{B}$   
 $x^2 = A \cdot B$   
 $x^2 = 9 \cdot 25$   
 $x = 15$

Clave A

16  $\frac{a}{b} = \frac{3k}{1k}$

$$p = \frac{2a^2 + 6ab + 4b^2}{5b^2} = \frac{2(3k)^2 + 6(3k)(k) + 4(k^2)}{5(k^2)}$$

$$= \frac{2(9k^2) + 18k^2 + 4k^2}{5k^2} = 8$$

Clave B

17  $\frac{13+x}{4+x} = \frac{11+x}{3+x} = \frac{2}{1} = 2$

Luego:  $\frac{11+x}{3+x} = 2 \Rightarrow 11 + x = 6 + 2x$   
 $x = 5$

Clave D

18  $\frac{x-2}{x+2} = \frac{x+2}{x+8} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Luego:  $\frac{x+2}{x+8} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x + 6 = 2x + 16$   
 $x = 10$

$$\frac{x}{x+6} = \frac{x+5}{p} \Rightarrow \frac{10}{16} = \frac{15}{p}$$

$$p = 24$$

Clave D

## NIVEL 3 (página 111)

19  $\frac{3}{m} = \frac{5}{n} = \frac{8}{p} = k$

$$\frac{3+5+8}{m+n+p} = k \Rightarrow k = \frac{16}{240} \Rightarrow k = \frac{1}{15}$$

$$\frac{3}{m} = \frac{5}{n} = \frac{8}{p} = \frac{1}{15} \Rightarrow m = 45$$

Clave E

20  $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{\sqrt{y}}{4} \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{16} = k$

$$x + y = 75$$

$$9k + 16k = 75$$

$$25k = 75$$

$$\Rightarrow k = 3$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{12} \Rightarrow \frac{27^2}{9} + \frac{48^2}{12} = 81 + 192 = 273$$

Clave A



$$21 \quad \frac{a+b}{5} = \frac{a-b}{2} \Rightarrow 2a + 2b = 5a - 5b$$

$$7b = 3a$$

$$\frac{a}{b} = \frac{7k}{3k}$$

$$ab = 189$$

$$(7k)(3k) = 189$$

$$21k^2 = 189$$

$$k^2 = 9 \Rightarrow k = 3$$

$$\therefore b^2 = 9^2 = 81$$

Clave D

$$22 \quad \frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{9} = k$$

$$6a - 5b + c = 32$$

$$6(5k) - 5(7k) + 9k = 32$$

$$4k = 32 \Rightarrow k = 8$$

$$\text{Luego: } \frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{9} = 8$$

$$\frac{a+b+c}{5+7+9} = 8 \Rightarrow a+b+c = 168$$

Clave B

$$23 \quad \frac{b+c}{b-c} = 3 \Rightarrow b+c = 3b-3c$$

$$4c = 2b \Rightarrow \frac{b}{c} = 2$$

$$\frac{x+3}{x-3} = 2 \Rightarrow x+3 = 2x-6$$

$$x = 9$$

Clave C

$$24 \quad \frac{a}{b} = \frac{5k}{7k}; \frac{c}{d} = \frac{13\ell}{6\ell}$$

$$M = \frac{8(5k)(13\ell) - 3(7k)(6\ell)}{9(7k)(6\ell) - 4(5k)(13\ell)} - \frac{20}{59}$$

$$M = \frac{520k\ell - 126k\ell}{378k\ell - 260k\ell} - \frac{20}{59}$$

$$M = \frac{394k\ell}{118k\ell} - \frac{20}{59} = \frac{197}{59} - \frac{20}{59} = \frac{177}{59} = 3$$

Clave D

$$25 \quad \frac{A}{4} = \frac{B}{3} = \frac{C}{5} = k$$

$$\frac{23 \cdot 4k \cdot 3k}{3(4k) + 2(3k) + 5k} = 60$$

$$\frac{23 \cdot 4k \cdot 3k}{23k} = 60 \Rightarrow k = 5$$

$$(3B - C) = 3(3k) - 5k = 4k = 4(5) = 20$$

Clave C

$$26 \quad \frac{A}{2} = \frac{B}{5} = \frac{C}{7} = k$$

$$\frac{21 \times 2k \times 7k}{4(2k) - 3(5k) + 2(7k)} = 294$$

$$\frac{21 \cdot 2k \cdot 7k}{7k} = 294 \Rightarrow k = 7$$

$$(B - 2A - 1)(C + B - 4A)$$

$$= (5k - 2(2k) - 1)(7k + 5k - 4(2k))$$

$$= (k - 1)(4k) = 6 \cdot 28 = 168$$

Clave A

$$27 \quad \left. \begin{array}{l} a + b = M \\ a - b = N \end{array} \right\} a = \frac{M+N}{2} \Rightarrow b = \frac{M-N}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{M+N}{2} \div \frac{M-N}{2} = \frac{M+N}{M-N}$$

Clave B

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 118)

1 Con los datos llenamos el cuadro de doble entrada.

	Azul	Rojo	Verde
Jorge	X	X	✓
Pedro	X	✓	X
Raúl	✓	X	X

∴ El carro de Pedro es de color rojo.

Clave B

2 Con los datos llenamos el cuadro de doble entrada.

	Gato	Canario	Gato
Fernando	X	X	✓
Julio	X	✓	X
Luis	✓	X	X

∴ Julio tiene un canario y el dueño del perro es Fernando.

Clave D

3 Con los datos llenamos el siguiente cuadro.

Jorge	4.º piso
Willy	3.º piso
Mario	2.º piso
Arturo	1.º piso

∴ Willy vive en el 3.º piso.

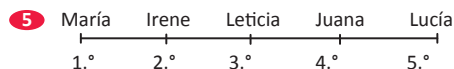
Clave C

4 Graficando tenemos:



∴ Sofía tuvo menos puntaje.

Clave B



∴ El 2.º lugar lo ocupa Irene.

Clave A

6 L: Luis J: Jorge P: Pedro M: Mario  
De los datos concluimos:  
L > J > P > M

Clave A

7

	Juan	Gustavo	Alberto
Natación (rojo)	X	X	✓
Atletismo (verde)	X	✓	X
Básquet (azul)	✓	X	X

Entonces, Alberto practica natación y se identifica con el color rojo.

Clave A

8

	Jorge	Luis	Pablo	Mario
Natación	X	✓	X	X
Básquet	✓	X	X	X
Frontón	X	X	X	✓
Fútbol	X	X	✓	X

Por lo tanto, Luis practica natación.

Clave A

9 Con los datos llenamos el cuadro de doble entrada.

	Soltera	Casada	Viuda
Rita	X	✓	X
Consuelo	X	X	✓
Ana	✓	X	X

∴ La casada es Rita.

Clave C

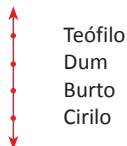
10 Graficando tenemos:



∴ En el extremo derecho está Eder.

Clave B

11 Graficando tenemos:



- I. Verdadero
- II. Falso
- III. Falso

∴ Solo I es verdadera.

Clave E





12 Con los datos llenamos el cuadro de doble entrada.

	Arte	Ingeniería	Matemática	Educación
Lucy	X	X	✓	X
Lupe	X	✓	X	X
Lucas	X	X	X	✓
Lucho	✓	X	X	X

∴ Lupe estudió ingeniería y Lucho arte.

Clave B

13 Obtenemos 3 casos:

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Piso 6	E	F	E
Piso 5	A	A	A
Piso 4	B	B	F
Piso 3	C	C	B
Piso 2	F	D	D
Piso 1	D	E	C

- A) Verdadero  
B) Verdadero  
C) Verdadero.

∴ Todas son verdaderas.

Clave E

14

	Fútbol	Atletismo	Natación	Tenis	Los Olivos	Breña	San Borja	Miraflores
Tito	X	✓	X	X	✓	X	X	X
Lalo	X	X	X	✓	X	X	X	✓
Luis	X	X	✓	X	X	X	✓	X
Eduardo	✓	X	X	X	X	✓	X	X

Entonces, Lalo practica tenis y vive en Miraflores.

Clave D

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (Página 120)

	Millonario		Pobre		
	Atleta	Futbolista	Obrero textil	Economista	Ingeniero industrial
Mario A.	X	X	✓	X	X
Juan C.	X	✓	X	X	X
Luis M.	X	X	X	X	✓
Carlos A.	X	X	X	✓	X
Javier E.	✓	X	X	X	X

1 Clave C

2 Clave A

3 Clave B

4 Clave D

5

	Trío 1
Álvaro	mandolina
Jorge	tambor
Bruno	charango

Clave B

6

	Trío 1	Trío 2	Trío 3
Álvaro	quena	zampoña	guitarra
Jorge	guitarra	guitarra	quena
Bruno	zampoña	quena	zampoña

Clave C

7 Álvaro no tocaría la guitarra, entonces Jorge tocará la guitarra.

Clave C

8 Si Álvaro toca la guitarra, entonces es imposible que se forme un trío de guitarra, zampoña y mandolina.

Clave A

### NIVEL 2 (página 121)

	Ate	Breña	Comas	Lince	Canario	Gato	Loro	Perro
Arturo	✓	X	X	X	X	X	✓	X
Bruno	X	✓	X	X	X	✓	X	X
Carlos	✓	X			X	X	X	✓
Dante	X	X			✓	X	X	X

9 Clave D

10 Clave E

11 Clave C

12 Clave A

	Fútbol	Básquet	Vóley	Natación	Tenis	Azul	Rojo	Blanco	Negro	Verde
Brenda	X	✓	X	✓	X		X	X		X
Ada	X	X	✓	✓	X	X	X	✓	X	X
Diana	X	X	X	✓	X	X	X	X	X	✓
Enma	X	X	X	X				X		X
Carla		X	X	X				X		X

13 Clave B

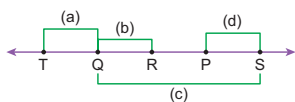
14 Clave D

15 Clave E

16 Clave D



17 Con los datos del enunciado planteamos:

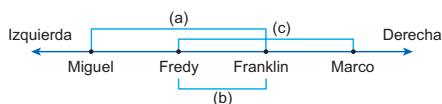


∴ El orden es TQRP S.

Clave E

### NIVEL 3 (Página 122)

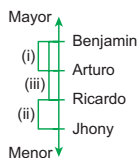
18 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ A la izquierda de los demás está Miguel.

Clave D

19 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ Concluimos que Ricardo es menor que Arturo.

Clave E

20 Con los datos del enunciado planteamos:

4.º piso	José
3.º piso	Juan
2.º piso	Jaime
1.º piso	Héctor

∴ Jaime y José viven en el 2.º y 4º piso, respectivamente.

Clave C

21 Al plantear la solución, encontramos 2 posibilidades.



∴ Afirmamos que Ana es mayor que Paola.

Clave C

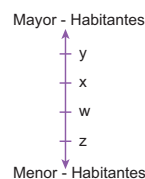
22 Al plantear la solución, encontramos 2 posibilidades.

6.º	D	D
5.º	C	B
4.º	E	E
3.º	B	C
2.º	A	A
1.º	F	F

∴ En el último piso vive D.

Clave E

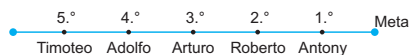
23 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ La ciudad z tiene menos habitantes.

Clave D

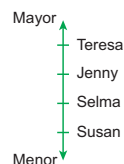
24 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ Roberto llegó en segundo lugar.

Clave C

25 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ La mayor es Teresa.

Clave A

26

	Profesor	Contador	Actor	Mamani	Quispe	Condori
Samuel	X	✓	X	X	✓	X
Carlos	✓	X	X	✓	X	X
Hugo	X	X	✓	X	X	✓

∴ Samuel se apellida Quispe y es contador.

Clave A

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO  
(página 130)

1 14; 37; 60; 83; ?  
 $+23 \quad +23 \quad +23 \quad +23$   
 $? = 83 + 23 = 106$

2 10; 12; 14; 16; x  
 $+2 \quad +2 \quad +2 \quad +2$   
 $16 + 2 = 18$   
 $x = 18$

3 18; 15; 12; y  
 $-3 \quad -3 \quad -3$   
 $\therefore y = 12 - 3 = 9$

4 7; 15; 23; x; y  
 $+8 \quad +8 \quad +8 \quad +8$   
 $x = 23 + 8 = 31$   
 $y = 31 + 8 = 39$   
 $\therefore x + y = 31 + 39 = 70$

5 25; 19; 13; x; y  
 $-6 \quad -6 \quad -6 \quad -6$   
 $x = 13 - 6 = 7$   
 $y = 7 - 6 = 1$   
 $\therefore x - y = 7 - 1 = 6$

6 39; 26; 13; x  
 $-13 \quad -13 \quad -13$   
 $x = 13 - 13 = 0$   
 $\therefore 3x = 3 \cdot 0 = 0$

7 7; 10; x; 16; 19  
 $+3 \quad +3 \quad +3 \quad +3$   
 $\therefore x = 10 + 3 = 13$

8 3; 11; x; 27; 35; y  
 $+8 \quad +8 \quad +8 \quad +8 \quad +8$   
 $x = 11 + 8 = 19$   
 $y = 35 + 8 = 43$   
 $\therefore x + y = 19 + 43 = 62$

9 39; 32; y; 18; 11  
 $-7 \quad -7 \quad -7 \quad -7$   
 $\therefore y = 32 - 7 = 25$

10 57; 46; x; 24; 13; y  
 $-11 \quad -11 \quad -11 \quad -11 \quad -11$   
 $x = 46 - 11 = 35$   
 $y = 13 - 11 = 2$   
 $\therefore x - y = 35 - 2 = 33$

11 19; 20; 22; 25; a  
 $+1 \quad +2 \quad +3 \quad +4$   
 $\therefore a = 25 + 4 = 29$

12 4; 4; 8; 24; m  
 $\times 1 \quad \times 2 \quad \times 3 \quad \times 4$   
 $m = 24 \times 4 = 96$   
 $\therefore 2m = 2 \times 96 = 192$

13 Observamos que la suma de las fichas de dominó están en una sucesión aritmética de razón igual a 1.



$\therefore$

14

Respuesta:



Clave B

Clave E

Clave E

Clave B

Clave A

Clave C

Clave D

Clave A

Clave B

Clave D

Clave B

Clave E

Clave C

Clave C



## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 132)

1 8; 10; 12; 14; x

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & +2 & +2 & +2 & +2 & & \\ \therefore x & = & 14 & + & 2 & = & 16 \end{array}$$

2 56; 79; 102; 125; x

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & +23 & +23 & +23 & +23 & & \\ \therefore x & = & 125 & + & 23 & = & 148 \end{array}$$

3 16; 23; 30; 37; x

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & +7 & +7 & +7 & +7 & & \\ \therefore x & = & 37 & + & 7 & = & 44 \end{array}$$

4 18; 49; 80; 111; x

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & +31 & +31 & +31 & +31 & & \\ \therefore x & = & 111 & + & 31 & = & 142 \end{array}$$

5 5; 15; 45; 135; x

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & \times 3 & \times 3 & \times 3 & \times 3 & & \\ \therefore x & = & 135 & \times & 3 & = & 405 \end{array}$$

6 18; 36; 72; 144; x

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & \times 2 & \times 2 & \times 2 & \times 2 & & \\ \therefore x & = & 144 & \times & 2 & = & 288 \end{array}$$

7 60; 70; 90; 120; x

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & +10 & +20 & +30 & +40 & & \\ \therefore x & = & 120 & + & 40 & = & 160 \end{array}$$

8 5; 10; 12; 24; 26; x

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & \times 2 & +2 & \times 2 & +2 & \times 2 & \\ \therefore x & = & 26 & \times & 2 & = & 52 \end{array}$$

9 5; 8; x; 14; 17

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & & \nearrow & & \\ & +3 & +3 & & +3 & & \\ \therefore x & = & 8 & + & 3 & = & 11 \end{array}$$

Clave E

10 x; 25; 29; 33

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & & \\ & +4 & +4 & +4 & & & \\ \therefore x & + & 4 & = & 25 \\ x & = & 21 \end{array}$$

Clave A

11 x; 23; 17; 11; y

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & -6 & -6 & -6 & -6 & & \\ \Rightarrow x - 6 & = & 23 & ; & 11 - 6 & = & y \\ x & = & 29 & & y & = & 5 \\ \therefore x - y & = & 24 \end{array}$$

Clave D

12 C; E; G; I; K; M  
D F H J L

$\therefore$  La letra que continúa es: M

Clave B

### NIVEL 2 (página 132)

13 481; 467; 453; 439; x

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & -14 & -14 & -14 & -14 & & \\ x & = & 439 & - & 14 & = & 425 \end{array}$$

Clave A

14 89; 87; 83; 77; x

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & -2 & -4 & -6 & -8 & & \\ x & = & 77 & - & 8 & = & 69 \end{array}$$

Clave B

15 491; 521; 553; 587; x

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & +30 & +32 & +34 & +36 & & \\ x & = & 587 & + & 36 & = & 623 \end{array}$$

Clave E

16 864; 824; 786; 750; x

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & -40 & -38 & -36 & -34 & & \\ x & = & 750 & - & 34 & = & 716 \end{array}$$

Clave E

Clave E

Clave B

Clave C

Clave D

Clave D

Clave E

Clave A

Clave D



17 46; 58; 72; 88; x  
 $+12 \quad +14 \quad +16 \quad +18$   
 $+2 \quad +2 \quad +2$   
 $x = 88 + 18 = 106$

18 28; 21; 63; 56; 168; x  
 $-7 \quad \times 3 \quad -7 \quad \times 3 \quad -7$   
 $x = 168 - 7 = 161$

19 40; 43; 49; 58; x  
 $+3 \quad +6 \quad +9 \quad +12$   
 $+3 \quad +3 \quad +3$   
 $x = 58 + 12 = 70$

20 9; 9; 18; 54; x  
 $\times 1 \quad \times 2 \quad \times 3 \quad \times 4$   
 $x = 54 \times 4 = 216$

21 C; F; I; L; Ñ  
 DE GH JK MN

22 A; D; G; J; ...  
 1; 4; 7; 10; 13  
 $+3 \quad +3 \quad +3 \quad +3$   
 El número 13 representa a la letra M.



### NIVEL 3 (página 134)

24 12; 13; 15; 16; 18; x  
 $+1 \quad +2 \quad +1 \quad +2 \quad +1$   
 $x = 18 + 1 = 19$

25 15; 13; 18; 16; 21; 19; x  
 $-2 \quad +5 \quad -2 \quad +5 \quad -2 \quad +5$   
 $x = 19 + 5 = 24$

26 128; 149; 171; 194; 218; x  
 $+21 \quad +22 \quad +23 \quad +24 \quad +25$   
 $x = 218 + 25 = 243$

27 21; 28; 37; 48; 61; x  
 $+7 \quad +9 \quad +11 \quad +13 \quad +15$   
 $x = 61 + 15 = 76$

28 11; 22; 25; 50; 53; x  
 $\times 2 \quad +3 \quad \times 2 \quad +3 \quad \times 2$   
 $x = 53 \times 2 = 106$

29 4; 4; 8; 24; x  
 $\times 1 \quad \times 2 \quad \times 3 \quad \times 4$   
 $x = 24 \times 4 = 96$

30 4; 4; 6; 18; 22; x  
 $\times 1 \quad +2 \quad \times 3 \quad +4 \quad \times 5$   
 $x = 22 \times 5 = 110$



32 B; D; H; J; ...  
 2; 4; 8; 10; 20  
 $+2 \quad \times 2 \quad +2 \quad \times 2$

El número 20 representa a la letra S.

Clave D

Clave C

Clave A

Clave A

Clave E

Clave B

Clave D

Clave D

Clave B

Clave A

Clave A

Clave B

Clave B

Clave C

Clave B

Clave D

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 139)

- 1 Expresamos el número 2379 en base 9, por divisiones sucesivas:

$$\begin{array}{r}
 2379 \div 9 = 264 \text{ resto } 3 \\
 264 \div 9 = 29 \text{ resto } 3 \\
 29 \div 9 = 3 \text{ resto } 2 \\
 3 \div 9 = 0 \text{ resto } 3
 \end{array}$$

$$\Rightarrow 2379 = 3233_{(9)} = \overline{abaa}_{(9)}$$

$$\Rightarrow a = 3, b = 2$$

$$\text{Nos piden: } a^b \sqrt{ab} = 3^2 \sqrt{32} = \sqrt[5]{2^5}$$

$\therefore$  La respuesta es 2.

Clave E

- 2 El mayor numeral de 3 cifras en base 5 es:  $444_{(5)}$  ya que una cifra no puede ser igual a la base. Ahora, por descomposición polinómica lo pasamos a base 10 y por divisiones sucesivas lo expresamos en base 8:

$$\Rightarrow 444_{(5)} = 4 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5 + 4 = 124$$

$$\begin{array}{r}
 124 \div 8 = 15 \text{ resto } 4 \\
 15 \div 8 = 1 \text{ resto } 7
 \end{array}$$

$$\therefore 444_{(5)} = 174_{(8)}$$

Clave D

- 3 Sea:

$$\overline{ab}_{(9)} = 7(a+b), a < 9; b < 9$$

$$9a + b = 7a + 7b$$

$$9a - 7a = 7b - b$$

$$2a = 6b$$

$$a = 3b$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$3 \quad 1 \quad \checkmark$$

$$6 \quad 2 \quad \checkmark$$

$$9 \quad 3 \quad \times$$

$$\therefore \overline{ab} \in \{62_{(9)}, 31_{(9)}\}, \text{ existen 2 números.}$$

Clave C

- 4 Sea:  $245_{(n)} = \overline{14x}_{(11)}; 5 < n < 11; x < 11$

$$n \in \{6; 7; 8; 9; 10\}$$

$$2n^2 + 4n + 5 = 1 \cdot 11^2 + 4 \cdot 11 + x$$

$$2(n+1)^2 + 3 = 165 + x$$

$$\underbrace{(n+1)^2}_9 = 81 + \frac{x}{2} \leq 86$$

$$\Rightarrow n = 8; x = 0$$

$$\therefore n + x = 8 + 0 = 8$$

Clave B

- 5 Del enunciado planteamos:  $1111_{(2)} = \overline{(n-1)(n-1)}_{(n)}$

$$1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 = (n-1)n + n - 1$$

$$15 = n^2 - 1$$

$$16 = n^2$$

$$n = 4$$

$\therefore$  El sistema desconocido es el cuaternario.

Clave A

- 6 Sea:  $\overline{1a4} = 504_{(n)}; 5 < n < 10$

$$n \in \{6; 7; 8; 9\}$$

Descomponemos polinómicamente:

$$1 \cdot 10^2 + a \cdot 10 + 4 = 5n^2 + 0n + 4$$

$$100 + 10a + 4 = 5n^2 + 4$$

$$20 + 2a = n^2$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$8 \quad 6^2$$

$$\therefore a = 8$$

Clave C

- 7 Descomponemos polinómicamente los 3 sumandos y luego lo llevamos a base 7:

$$123_{(4)} = 1 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 + 3 = 27$$

$$234_{(5)} = 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5 + 4 = 69$$

$$345_{(6)} = 3 \cdot 6^2 + 4 \cdot 6 + 5 = \frac{137}{233}$$

$$\begin{array}{r}
 233 \div 7 = 33 \text{ resto } 2 \\
 33 \div 7 = 4 \text{ resto } 5
 \end{array}$$

$$\overline{abc}_{(7)} = 452_{(7)}; a = 4$$

$$b = 5$$

$$c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 4 + 5 + 2 = 11$$

Clave A



- 8 Sea la base :  $x$

$$25_{(x)} + 34_{(x)} = 103_{(x)}$$

Descomponemos polinómicamente:

$$2 \cdot x + 5 + 3 \cdot x + 4 = 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 3$$

$$5x + 9 = x^2 + 3$$

$$6 = x^2 - 5x$$

$$6 \cdot 1 = x(x - 5)$$

$\therefore$  La base es 6.

Clave E

- 9 Sea:  $\overline{xy}_{(9)} - \overline{xy}_{(6)} = \overline{1x}_{(8)}$

Descomponemos polinómicamente:

$$9x + y - (6x + y) = 1 \cdot 8 + x$$

$$9x + y - 6x - y = 8 + x$$

$$3x = 8 + x$$

$$3x - x = 8$$

$$2x = 8$$

$$\therefore x = 4$$

Clave A

- 10  $\overline{ab} + \overline{bc} = \overline{c(b+2)}$

Descomponemos polinómicamente:

$$10a + b + 10b + c = 10 \cdot c + b + 2$$

$$10(a + b) = 9c + 2$$

$$\downarrow$$

$$2$$

Por simple análisis:

$$10 \cdot (a + b) = 9 \cdot 2 + 2$$

$$10(a + b) = 20$$

$$(a + b) = 20 \div 10$$

$$\therefore a + b = 2$$

Clave C

- 11  $B = 21_{(5)} + 21_{(6)} + 21_{(7)} + \dots + 21_{(50)}$

Descomponemos polinómicamente:

$$B = 2 \cdot 5 + 1 + 2 \cdot 6 + 1 + 2 \cdot 7 + 1 + \dots + 2 \cdot 50 + 1$$

$$B = 11 + 13 + 15 + \dots + 101$$

Observamos que B es una serie aritmética de razón: +2

$$B = \left( \frac{11 + 101}{2} \right) n \quad n: \text{número de términos}$$

$$\Rightarrow n = \left( \frac{101 - 11}{2} + 1 \right) = 46$$

Luego:

$$B = \left( \frac{112}{2} \right) \cdot 46$$

$$\therefore B = 2576$$

Clave E

- 12  $\overline{aba}_{(8)} = 1106_{(n)}$

Analizando:  $6 < n < 8 \Rightarrow n = 7$

Luego, descomponemos polinómicamente:

$$1106_{(7)} = 1 \cdot 7^3 + 1 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7 + 6 = 398$$

Finalmente, haciendo divisiones sucesivas para cambiar a base 8.

$$\begin{array}{r} 398 \div 8 = 49 \text{ R } 6 \\ 49 \div 8 = 6 \text{ R } 1 \end{array}$$

$$\overline{a b a}_{(8)} = 616_{(8)}$$

$$\overline{a b a}_{(8)} = 616_{(8)}$$

$$\therefore a + b = 6 + 1 = 7$$

Clave D

- 13 Sea:  $\overline{a1a}_{(b)} = \overline{ab}$ ;  $0 < a < b$

Descomponemos polinómicamente:

$$a \cdot b^2 + 1 \cdot b^2 + a = a \cdot 10 + b$$

$$a \cdot b^2 + b^2 + a = 10a + b$$

$$ab^2 = 9a$$

$$b^2 = 9$$

$$b = 3$$

Como:  $a < b$

$$a < 3$$

$$\Rightarrow a \in \{1; 2\}$$

$\therefore$  El mayor valor de a es 2.

Clave D

- 14 Del enunciado planteamos:

$$\overline{(n-1)(n-2)}_{(n)} = \overline{aba}_{(3)}; a < 3; b < 3$$

Descomponemos polinómicamente:

$$(n-1)n + (n-2) = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + a$$

$$n^2 - n + n - 2 = 9a + 3b + a$$

$$n^2 = 10a + 3b + 2$$

$$a < 3$$

Si  $a = 1$ :

$$n^2 = 12 + 3b$$

$$\downarrow$$

$$1 \times$$

$$2 \times$$

$\Rightarrow$  No hay solución

$$\text{Si } a = 2 \quad n^2 = 22 + 3b$$

$$\downarrow$$

$$1 \checkmark$$

$$2 \times$$

$$\Rightarrow n^2 = 25$$

$$n = 5$$

$\therefore$  La base desconocida es 5.

Clave B



## REFUERZA PRACTICANDO NIVEL 1 (página 141)

- 1 Por divisiones sucesivas, convertimos a base 8:

$$\begin{array}{r}
 4003 \overline{)8} \\
 \underline{3} \phantom{00} 500 \phantom{0} \overline{)8} \\
 \underline{4} \phantom{00} 62 \phantom{0} \overline{)8} \\
 \underline{6} \phantom{00} 7 \phantom{0} \overline{)8} \\
 \underline{7}
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \overline{abcd}_{(8)} = 7643_{(8)}$$

Igualando términos tenemos:

$$a = 7$$

$$b = 6$$

$$c = 4$$

$$d = 3$$

$$\therefore a + b + c + d = 20$$

Clave B

- 2 Resolvemos la ecuación en base x.

$$24_{(x)} + 35_{(x)} = 103_{(x)}$$

$$2x + 4 + 3x + 5 = 1x^2 + 0 \cdot x + 3$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x \quad \quad -6$$

$$x \quad \quad +1$$

$$\Rightarrow x = 6 \quad \checkmark$$

$$x = -1 \quad \times$$

$\therefore$  La base es 6.

Clave C

- 3 Llevando los numerales a base 10, concluimos:

$$\therefore 10022_{(3)} = 89 \text{ es el mayor de todos}$$

Clave C

- 4 Descomponemos polinómicamente.

$$122122_{(3)} = 1 \cdot 3^5 + 2 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3$$

$$+ 2 = 476$$

Llevando a base 9 mediante divisiones sucesivas:

$$\begin{array}{r}
 476 \overline{)9} \\
 \underline{8} \phantom{00} 52 \phantom{0} \overline{)9} \\
 \underline{7} \phantom{00} 5 \phantom{0} \overline{)9} \\
 \underline{5}
 \end{array}$$

$$\Rightarrow 578_{(9)} = \overline{xyz}_{(9)}$$

$$\therefore x + y + z = 5 + 7 + 8 = 20$$

Clave A

- 5 Resolvemos

$$530_{(n)} = 363_{(11)} = 3 \cdot 11^2 + 6 \cdot 11 + 3$$

$$5 \cdot n^2 + 3 \cdot n = 432$$

$$n(5n + 3) = 9 \times 48$$

Comparando obtenemos el valor de n:

$$\therefore n = 9$$

Clave E

- 6 Resolvemos:

$$a(2a)(a+1)_{(b)} = 1233_{(5)}$$

$$ab^2 + 2ab + a + 1 = 1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5 + 3$$

$$a(b^2 + 2b + 1) = 192$$

$$a(b+1)^2 = 3 \cdot 64$$

$$a \cdot (b+1)^2 = 3 \cdot (7+1)^2$$

$$\Rightarrow a = 3$$

$$b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

Clave D

- 7 Resolvemos:

$$\overline{abbaba}_{(4)} = 3054$$

Por divisiones sucesivas, convertimos a base 4:

$$\begin{array}{r}
 3054 \overline{)4} \\
 \underline{763} \phantom{0} \overline{)4} \\
 \underline{2} \phantom{00} 190 \phantom{0} \overline{)4} \\
 \underline{3} \phantom{00} 47 \phantom{0} \overline{)4} \\
 \underline{2} \phantom{00} 11 \phantom{0} \overline{)4} \\
 \underline{3} \phantom{00} 2 \phantom{0} \overline{)4} \\
 \underline{3}
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \overline{abbaba}_{(4)} = 233232_{(4)}$$

Comparando valores, resolvemos:

$$\therefore a + b = 2 + 3 = 5$$

Clave B

- 8 Resolvemos:

$$25a = \overline{a75}_{(8)}$$

$$2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + a = a \cdot 8^2 + 7 \cdot 8 + 5$$

$$200 + 50 + a = 64a + 56 + 5$$

$$250 - 61 = 64a - a$$

$$189 = 63a$$

$$\therefore a = 3$$

Clave D





- 9 Descomponemos polinómicamente:

$$\begin{aligned}\overline{mnn}_{(9)} &= \overline{10m3}_{(7)} \\ m \cdot 9^2 + n \cdot 9 + n &= 1 \cdot 7^3 + 0 \cdot 7^2 + m \cdot 7 + 3 \\ 81m + 10n &= 343 + 3 + 7m \\ 37m + 5n &= 173 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 4 \quad 5 \\ \therefore m \cdot n &= 4 \cdot 5 = 20\end{aligned}$$

Clave B

- 10  $\overline{ab} = \overline{ba}_{(4)}$ ,  $b < 4 \wedge a < 4$

$$\begin{aligned}10a + b &= b \cdot 4 + a \\ 10a + b &= 4b + a \\ 9a &= 3b \\ 3a &= b \\ \text{Como } b < 4: \\ \Rightarrow a &= 1 \wedge b = 3 \\ \therefore a^3 + b^2 &= 1^3 + 3^2 = 10\end{aligned}$$

Clave A

## NIVEL 2 (página 142)

- 11 Descomponemos polinómicamente:

$$\begin{aligned}\overline{ab} &= 7(a + b); a < 10 \\ 10a + b &= 7a + 7b \\ 3a &= 6b \\ a &= 2b; a < 10 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \begin{array}{l} 2 \quad 1 \rightarrow 21 \\ 4 \quad 2 \rightarrow 42 \\ 6 \quad 3 \rightarrow 63 \\ 8 \quad 4 \rightarrow 84 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \end{array}} \right\} \text{valores de } \overline{ab} \\ \therefore \text{Existen 4 números de la forma } \overline{ab}.\end{aligned}$$

Clave E

- 12 Sabemos que la base de un numeral es mayor que todas sus cifras:  $\overline{2n6}_{(8)} = \overline{a6b}_{(n)}$

$$\begin{aligned}6 < n < 8 \\ \Rightarrow n &= 7 \\ \text{Reemplazando en la expresión inicial tenemos:} \\ 276_{(8)} &= \overline{a6b}_{(7)} \\ 361_{(7)} &= \overline{a6b}_{(7)} \\ \text{Comparando obtenemos:} \\ a &= 3 \wedge b = 1 \\ \therefore a + b + n &= 3 + 1 + 7 = 11\end{aligned}$$

Clave B

- 13 Sabemos que la base de un numeral es mayor que todas sus cifras.

$$\begin{aligned}\overline{abb}_{(6)} &= \overline{24a}_{(b)} \\ b < 6 \wedge b > 4 \\ \Rightarrow b &= 5 \\ \text{Reemplazando en la expresión inicial tenemos:} \\ \overline{a55}_{(6)} &= \overline{24a}_{(5)} \\ a \cdot 6^2 + 5 \cdot 6 + 5 &= 2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5 + a \\ 36a + 35 &= 70 + a \\ 35a &= 35 \\ a &= 1 \\ \therefore a + b &= 1 + 5 = 6\end{aligned}$$

Clave C

- 14 Descomponemos polinómicamente:

$$\begin{aligned}\overline{aaa}_{(8)} &= \overline{100a}_{(6)} \\ a \cdot 8^2 + a \cdot 8 + a &= 1 \cdot 6^3 + a \\ 73a &= 216 + a \\ 72a &= 216 \\ a &= 3 \\ \therefore a^2 &= 3^2 = 9\end{aligned}$$

Clave D

- 15 Descomponemos polinómicamente:

$$\begin{aligned}\overline{aba}_{(9)} &= \overline{(2b)(2b)a}_{(8)}; b < 4 \\ a \cdot 9^2 + b \cdot 9 + a &= 2b \cdot 8^2 + 2b \cdot 8 + a \\ 81a &= 135b \\ 3a &= 5b \\ \frac{a}{b} &= \frac{5}{3}; b < 4 \\ \text{El único valor que cumple es } b &= 3; a = 5. \\ \therefore a \cdot b &= 15\end{aligned}$$

Clave A

- 16 A mayor numeral aparente, menor base.

$$\begin{aligned}\overline{(a+2)(a+3)(a+4)}_{(a+5)} &= \overline{(a+1)aa}_{(8)} \\ \Rightarrow a + 5 &< 8 \\ a &< 3 \\ a &\in \{1; 2\} \\ \text{Analizando las 2 alternativas:} \\ \text{Si } a &= 2: \\ (2+2)(2+3)(2+4)_{(2+5)} &= (2+1)22_{(8)} \\ 456_{(7)} &= 322_{(8)} \text{ (no cumple)} \\ \text{Si } a &= 1: 345_{(6)} = 211_{(8)} \\ 137 &= 137 \text{ (cumple)} \\ \therefore a &= 1\end{aligned}$$

Clave B



17  $\overline{(x-1)(x-1)(x-1)}_{(x)} + 100_{(x)} = 251$   
 $x^3 - 1 + x^2 = 251$   
 $x^2(x+1) = 36 \cdot 7$   
 $x^2(x+1) = 6^2 \cdot (6+1)$   
 $\therefore x = 6$

Clave C

18 Descomponemos polinómicamente.  
 $\overline{abb}_{(5)} = \overline{120a}_{(4)}$   
 $a \cdot 5^3 + 5b + b = 1 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4 + a$   
 $4a + b = 16; a < 4 \wedge b < 5$   
 Solo cumple para:  $a = 3 \wedge b = 4$   
 $\therefore b - a = 4 - 3 = 1$

Clave E

19 Sabemos que la base de un numeral es mayor que todas sus cifras:  
 $\overline{2n4}_{(8)} = \overline{ab6}_{(n)}$   
 $n < 8 \wedge n > 6$   
 $\Rightarrow n = 7$   
 Reemplazando en la expresión inicial tenemos:  
 $\overline{274}_{(8)} = \overline{ab6}_{(7)}$   
 $\overline{356}_{(7)} = \overline{ab6}_{(7)}$   
 $\Rightarrow a = 3 \wedge b = 5$   
 $\therefore a + b = 8$

Clave D

20  $\overline{aaaa}_{(5)} = \overline{(a+2)(a-2)a}_{(5)}$   
 $a < 5 \wedge a > 2$   
 $\Rightarrow a \in \{3; 4\}$   
 Analizando las 2 alternativas  
 Si  $a = 3$ :  $\overline{3333}_{(5)} = 513$  (no cumple)  
 Si  $a = 4$ :  $\overline{4444}_{(5)} = 624$   
 $624 = 624$  (cumple)  
 $\therefore \frac{a+2}{a-2} = \frac{4+2}{4-2} = 3$

Clave C

### NIVEL 3 (página 142)

21 Analizando:  
 $\overline{aaa}_{(8)} = \overline{\left(\frac{a}{2}\right)(2a+1)\left(\frac{a}{2}\right)}_{(8)}$   
 $\Rightarrow a = 2 \wedge 2a + 1 < 10$   
 $a < 4,5$   
 $\Rightarrow a \in \{2; 4\}$   
 Reemplazando ambos valores de "a" en la expresión inicial, la igualdad se cumple para:  
 $a = 4$

Clave B

22 Descomponemos polinómicamente:  
 $\overline{xyz}_{(6)} - \overline{zyx}_{(9)} = 3$   
 $x \cdot 6^2 + y \cdot 6 + z - z \cdot 9^2 - y \cdot 9 - x = 3$   
 $\underbrace{35x}_{\circ} - \underbrace{80z}_{\circ} = 3 + 3y \quad \dots(1)$   
 $\Rightarrow 3 + 3y = 5; y < 6$   
 Solo cumple:  $y = 4$   
 Reemplazando en (1):  
 $35x - 80z = 3 + 3 \cdot 4$   
 $7x - 16z = 3$   
 $z = \frac{7x-3}{16}; x < 6 \wedge z < 6$

Analizando, encontramos los valores:

$x = 5 \wedge z = 2$   
 $\therefore x + y + z = 5 + 4 + 2 = 11$

Clave A

23 Descomponemos polinómicamente:  
 $\overline{xyxy}_{(5)} = 2 \cdot \overline{yx0}_{(11)}$   
 $x \cdot 5^3 + y \cdot 5^2 + x \cdot 5 + y = 2(y \cdot 11^2 + x \cdot 11 + 0)$   
 $125x + 25y + 5x + y = 2(121y + 11x)$   
 $130x + 26y = 2(121y + 11x)$   
 $54x = 108y$   
 $x = 2y; 0 < x < 4$   
 $\Rightarrow$  Solo cumple:  $y = 1 \wedge x = 2$   
 $\therefore \overline{xy}_{(4)} = \overline{21}_{(4)} = 9$

Clave D

24 Del enunciado planteamos:  
 $\overline{abc}_{(3)} = \overline{cba}_{(4)}$   
 $a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c = c \cdot 4^2 + b \cdot 4 + a$   
 $15c + b = 8a; a < 3 \wedge b < 3 \wedge c < 3$   
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 $1 \quad 1 \quad 2$   
 $\therefore a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 1 \cdot 1 = 2$

Clave C

25 Del enunciado, planteamos:  
 $\overline{abc3}_{(5)} = \overline{xxx}_{(7)} \quad \dots(1)$   
 $a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 + c \cdot 5 + 3 = x \cdot 7^2 + x \cdot 7 + x$   
 $\underbrace{125a}_{\circ} + \underbrace{25b}_{\circ} + \underbrace{5c}_{\circ} = 57x - 3$   
 $\Rightarrow 57x - 3 = 5; x < 7$   
 Solo cumple:  $x = 4$



Reemplazando en (1) tenemos:

$$\overline{abc}_3 = 444_{(7)}$$

$$\overline{abc}_3 = 1403_{(5)}$$

Comparando obtenemos:  $a = 1; b = 4; c = 0$

$$\therefore b - a = 4 - 1 = 3$$

Clave B

- 26 Según el enunciado el valor de  $n$  debe ser máximo.

$$\text{Si: } n > 4 \Rightarrow \overline{ab} > \overline{ba}$$

$$4 > a > b$$

Descomponemos polinómicamente:

$$\overline{ab}_{(4)} = \overline{ba}_{(n)}$$

$$4a + b = b \cdot n + a$$

$$3a = b(n - 1)$$

$$n = \frac{3a}{b} + 1$$

$n$  será máximo para  $a = 3$  y  $b = 1$ .

$$\therefore n_{\text{máx.}} = 10$$

Clave B

- 27 Descomponemos polinómicamente

$$\overline{abc}_{(11)} = \overline{cba}_{(7)}; a < 7 \wedge b < 7 \wedge c < 7$$

$$11^2a + 11b + c = 7^2c + 7b + a$$

$$\begin{array}{r} 30a + b = 12c \\ \hline \overset{\circ}{6} \quad \quad \overset{\circ}{6} \end{array}$$

$$\Rightarrow b = \overset{\circ}{6}; b < 7$$

$$b \in \{0; 6\}$$

Si  $b = 0$ :

$$30a + 0 = 12c$$

$$a = \frac{2c}{5}$$

$$a = 2$$

$$c = 5$$

Si  $b = 6$ :

$$30a + 6 = 12c$$

$$5a + 1 = 2c$$

$$a = \frac{2c-1}{5} \wedge a \neq 1$$

$$\Rightarrow a \notin \mathbb{N}$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 0 + 5 = 7$$

Clave A

- 28  $\overline{12ab}_{(n)} = 99_{(n^2)}$

$$n^3 + 2n^2 + \overline{ab}_{(n)} = 99_{(n^2)}$$

Como  $\overline{ab}_{(n)} < n^2$ , entonces  $\overline{ab}_{(n)}$  es una cifra en base  $n^2$ , entonces:

$$(n+2)n^2 + \overline{ab}_{(n)} = 99_{(n^2)}$$

$$(n+2)(\overline{ab}_{(n)})_{(n^2)} = 99_{(n^2)}$$

Luego:

$$n + 2 = 9 \wedge \overline{ab}_{(n)} = 9$$

$$n = 7 \quad \overline{ab}_{(7)} = 9 = 12_{(7)} \Rightarrow a = 1; b = 2$$

$$\therefore a + b + n = 1 + 2 + 7 = 10$$

Clave E

- 29  $\overline{abc}_{bc(4)} = \overline{aob}_{(12)}, c < 4 \wedge b < 4$

$$\begin{array}{r} + \\ \overline{abc}_{(4b+c)} = \overline{aob}_{12} \\ - \quad \quad + \end{array}$$

$$4b + c < 12$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 2 & 3 \\ 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{array}$$

Analizando las opciones encontramos que el par correcto es:

$$b = 2; c = 3 \Rightarrow \overline{a23}_{(11)} = \overline{ao2}_{(12)}$$

$$121a + 25 = 144a + 2$$

$$23 = 23a \Rightarrow a = 1$$

$$\therefore a + b + c = 1 + 2 + 3 = 6$$

Clave D

- 30  $\overline{abc}_{(n^3)} = \overline{(c-4)100120c0}_{(n)}$   
 $\downarrow$  Llevando a base  $n^3$

$$\overline{(c-4)10|012|0c0}_{(n)}$$

$$\overline{acb}_{(n^3)} = \overline{[(c-4)n^2 + n](n+2)(cn)_{(n^3)}}$$

Comparando término a término tenemos:

$$\begin{cases} a = (c-4)n^2 + n \\ c = n + 2 \\ b = cn \end{cases}$$

$$a + b + c = (c-4)n^2 + n + n + 2 + cn$$

$$122 = (n+2-4)n^2 + n + n + 2 + (n+2) \cdot n$$

$$n^3 - n^2 + 4n = 120$$

Resolviendo encontramos:

$$n = 5$$

$$c = 7$$

Nos piden hallar la suma de cifras del siguiente numeral en el sistema decimal

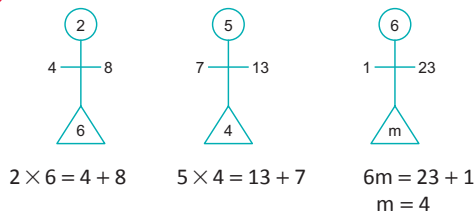
$$n \left( \frac{n-1}{2} \right) (2n-1)_{(c+4)} = 529_{(11)} = 636$$

$$\therefore \Sigma \text{ cifras} = 6 + 3 + 6 = 15$$

Clave D

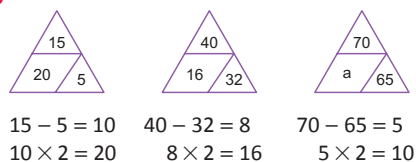
## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 147)

1



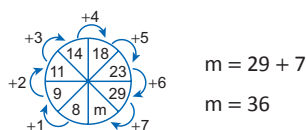
Clave E

2



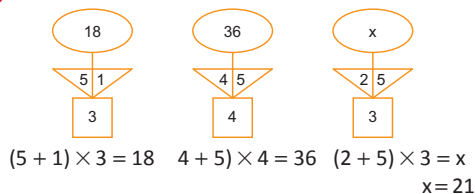
Clave B

3



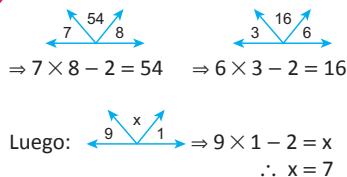
Clave B

4



Clave A

5

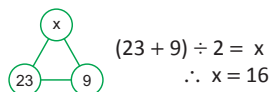


Clave E

6

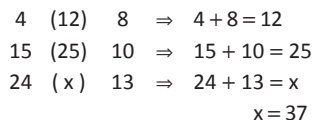


Luego:



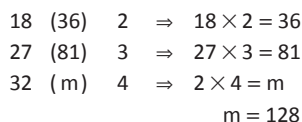
Clave B

7



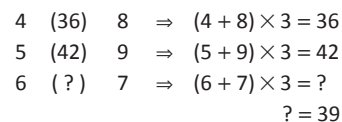
Clave A

8



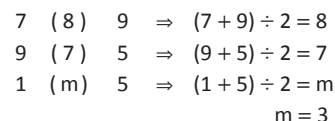
Clave D

9



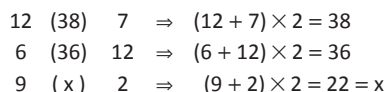
Clave B

10



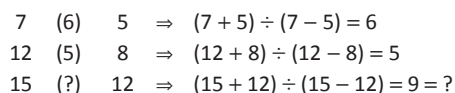
Clave B

11



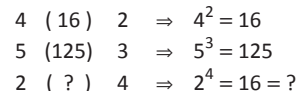
Clave C

12



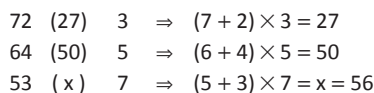
Clave A

13



Clave B

14



Clave A



**REFUERZA PRACTICANDO**  
**NIVEL 1 (página 149)**

**1**

$$\begin{array}{c} 20 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 4 \quad 1 \end{array} \Rightarrow (4 + 1) \times 4 = 20$$

$$\begin{array}{c} 18 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 6 \quad 0 \end{array} \Rightarrow (3 + 0) \times 6 = 18$$

$$\begin{array}{c} 60 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 5 \quad ? \end{array} \Rightarrow (? + 7) \times 5 = 60$$

$$? + 7 = 12$$

$$? = 5$$

**2**

$$\begin{array}{c} 5 \quad 4 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 13 \quad 7 \end{array} \Rightarrow 5 \times 4 = 13 + 7 = 20$$

$$\begin{array}{c} 3 \quad 8 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 18 \quad 6 \end{array} \Rightarrow 3 \times 8 = 18 + 6 = 24$$

$$\begin{array}{c} 5 \quad ? \\ \diagup \quad \diagdown \\ 14 \quad 16 \end{array} \Rightarrow 5 \times ? = 14 + 16$$

$$5 \times ? = 30$$

$$? = 6$$

**3**

$$\begin{array}{c} 9 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 2 \quad 1 \end{array} \Rightarrow (2 + 1)^2 = 9$$

$$\begin{array}{c} 49 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 5 \quad 2 \end{array} \Rightarrow (5 + 2)^2 = 49$$

$$\begin{array}{c} ? \\ \diagup \quad \diagdown \\ 4 \quad 2 \end{array} \Rightarrow (4 + 2)^2 = 36$$

**4**

$$\begin{array}{c} 7 \quad 14 \\ \diagup \quad \diagdown \end{array} \quad \begin{array}{c} 24 \quad 48 \\ \diagup \quad \diagdown \end{array} \quad \begin{array}{c} 13 \quad n \\ \diagup \quad \diagdown \end{array}$$

$$7 \times 2 = 14 \quad 24 \times 2 = 48 \quad 13 \times 2 = n$$

$$26 = n$$

Clave B

Clave C

Clave E

Clave C

**5**

$$\begin{array}{c} 49 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 9 \quad 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} 25 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 17 \quad 12 \end{array} \quad \begin{array}{c} 64 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 9 \quad 1 \end{array}$$

$$(9 - 2)^2 = 49 \quad (17 - 12)^2 = 25 \quad (9 - 1)^2 = 64$$

$$\begin{array}{c} x \\ \diagup \quad \diagdown \\ 14 \quad 10 \end{array} \Rightarrow (14 - 10)^2 = x$$

$$x = 16$$

Clave E

**6**

$$\begin{array}{c} 5 \quad 6 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 8 \quad 2 \quad 20 \end{array} \Rightarrow 8 + 2 + 20 = 5 \times 6$$

$$30 = 30$$

$$\begin{array}{c} 6 \quad 4 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 18 \quad 2 \quad 4 \end{array} \Rightarrow 18 + 2 + 4 = 6 \times 4$$

$$24 = 24$$

$$\begin{array}{c} ? \quad 10 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 4 \quad 3 \quad 13 \end{array} \Rightarrow 4 + 3 + 13 = ? \times 10$$

$$20 = ? \times 10$$

$$? = 2$$

Clave C

**7**

$$\begin{array}{c} 2 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 4 \quad 5 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 3 \quad 6 \end{array} \Rightarrow 4 \times 5 - 3 \times 6 = 2$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 7 \quad 3 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 5 \quad 4 \end{array} \Rightarrow 7 \times 3 - 5 \times 4 = 1$$

$$\begin{array}{c} n \\ \diagup \quad \diagdown \\ 8 \quad 4 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 5 \quad 5 \end{array} \Rightarrow 8 \times 4 - 5 \times 5 = n$$

$$n = 7$$

Clave B

**8**

$$\begin{array}{c} 32 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 2 \quad 5 \end{array} \Rightarrow 2^5 = 32$$

$$\begin{array}{c} 81 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 3 \quad 4 \end{array} \Rightarrow 3^4 = 81$$

$$\begin{array}{c} a \\ \diagup \quad \diagdown \\ 5 \quad 2 \end{array} \Rightarrow 5^2 = 25 = a$$

Clave D



9

10
3 4 2

 $3 \times 2 + 4 = 10$ 

16
5 1 3

 $5 \times 3 + 1 = 16$ 

30
8 6 3

 $8 \times 3 + 6 = 30$ 

y
1 12 4

 $1 \times 4 + 12 = y = 16$

Clave E

10

13
2 3

 $\Rightarrow 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$ 

50
1 7

 $\Rightarrow 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$ 

a
4 2

 $\Rightarrow 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20 = a$

Clave B

## NIVEL 2 (página 150)

11

3	48
12	4

 $\Rightarrow (12 + 4) \times 3 = 48$ 

4	60
13	2

 $\Rightarrow (13 + 2) \times 4 = 60$ 

7	?
1	8

 $\Rightarrow (1 + 8) \times 7 = 63$

Clave E

12

64	3
4	

 $\Rightarrow 4^3 = 64$ 

49	2
7	

 $\Rightarrow 7^2 = 49$ 

x	3
5	

 $\Rightarrow 5^3 = x$   
 $x = 125$

Clave C

13

60 (25) 10  $\Rightarrow (60 - 10) \div 2 = 25$   
 9 (4) 1  $\Rightarrow (9 - 1) \div 2 = 4$   
 30 ( ) 4  $\Rightarrow (30 - 4) \div 2 = 13$

14

8 (12) 16  $\Rightarrow (8 + 16) \div 2 = 12$   
 7 (25) 43  $\Rightarrow (7 + 43) \div 2 = 25$   
 20 ( ) 60  $\Rightarrow (20 + 60) \div 2 = 40$

Clave A

15

9	6
6	

 $(9 - 6) \times 2 = 6$ 

15	10
10	

 $(15 - 10) \times 2 = 10$ 

10	n
1	

 $(10 - 1) \times 2 = 18 \Rightarrow n = 18$

Clave D

16

30	10
10	4

 $\Rightarrow 30 + 10 = 10 \times 4$   
 $40 = 40$ 

16	40
7	8

 $\Rightarrow 16 + 40 = 7 \times 8$   
 $56 = 56$ 

32	x
2	23

 $\Rightarrow 32 + x = 2 \times 23$   
 $32 + x = 46$   
 $x = 46 - 32$   
 $x = 14$

Clave E

17

10
4 2
1 3

 $\Rightarrow 4 \times 3 - 1 \times 2 = 10$ 

6
7 5
10 8

 $\Rightarrow 7 \times 8 - 10 \times 5 = 6$ 

?
10 8
9 8

 $\Rightarrow 10 \times 8 - 9 \times 8 = ?$   
 $? = 8$

Clave A

18

2 (16) 4  $\Rightarrow 4^2 = 16$   
 4 (81) 3  $\Rightarrow 3^4 = 81$   
 5 ( ) 2  $\Rightarrow 2^5 = 32$

Clave B

19

4 (64) 3  $\Rightarrow 4^3 = 64$   
 9 (81) 2  $\Rightarrow 9^2 = 81$   
 1 ( ) 5  $\Rightarrow 1^5 = 1$

Clave C

20

2 (8) 3  $\Rightarrow (2 \times 3) + 2 = 8$   
 5 (32) 6  $\Rightarrow (5 \times 6) + 2 = 32$   
 8 ( ) 1  $\Rightarrow (8 \times 1) + 2 = 10$

Clave A



### NIVEL 3 (página 151)

21

$$\begin{aligned} 6 \ (10) \ 8 &\Rightarrow (6 \div 3) + 8 = 10 \\ 9 \ (4) \ 1 &\Rightarrow (9 \div 3) + 1 = 4 \\ 21 \ ( ) \ 3 &\Rightarrow (21 \div 3) + 3 = 10 \end{aligned}$$

22

$$\begin{aligned} 5 \ (26) \ 1 &\Rightarrow 52 + 1 = 26 \\ 8 \ (70) \ 6 &\Rightarrow 82 + 6 = 70 \\ 3 \ ( ) \ 11 &\Rightarrow 32 + 11 = 20 \end{aligned}$$

23

$$\Rightarrow 5^2 + 4 = 29$$

$$\Rightarrow 3^2 + 8 = 17$$

$$\Rightarrow 7^2 + 8 = x$$

$$x = 57$$

24

$$\begin{aligned} 15 \ (4) \ 1 &\Rightarrow \sqrt{15+1} = 4 \\ 8 \ (5) \ 17 &\Rightarrow \sqrt{8+17} = 5 \\ 30 \ ( ) \ 6 &\Rightarrow \sqrt{30+6} = 6 \end{aligned}$$

25

$$\begin{aligned} 7 \ (8) \ 1 &\Rightarrow (7 \div 1) + 1 = 8 \\ 20 \ (5) \ 5 &\Rightarrow (20 \div 5) + 1 = 5 \\ 12 \ ( ) \ 6 &\Rightarrow (12 \div 6) + 1 = 3 \end{aligned}$$

26

$$\Rightarrow 7 \times 4 = 24 + 4 = 28$$

$$\Rightarrow 16 \times 4 = 30 + 34 = 64$$

$$\begin{aligned} 5 \times ? &= 17 + 13 \\ 5 \times ? &= 30 \\ ? &= 6 \end{aligned}$$

Clave A

Clave E

Clave C

Clave B

Clave E

Clave B

27

$$\Rightarrow (8+2) + (7+3) = 10 \times 2$$

$$20 = 20$$

$$\Rightarrow (5+4) + (6+3) = 3 \times 6$$

$$18 = 18$$

$$\Rightarrow (14+12) + (8+x) = 4 \times 13$$

$$34 + x = 52$$

$$x = 18$$

Clave E

28

$$\begin{aligned} 3 \ (16) \ 1 &\Rightarrow (3+1)2 = 16 \\ 5 \ (64) \ 3 &\Rightarrow (5+3)2 = 64 \\ 10 \ ( ) \ 2 &\Rightarrow (10+2)2 = 144 \end{aligned}$$

Clave E

29

$$\Rightarrow (32 \div 4) + 1 = 9$$

$$\Rightarrow (60 \div 12) + 1 = 6$$

$$\Rightarrow (30 \div 10) + 1 = 4$$

Clave E

30

$$\begin{aligned} 4 \times 2 &= 8 & 8 \times 3 &= 24 & 2 \times 4 &= 8 & 6 \times 5 &= 30 & 3 \times 6 &= ? = 18 \end{aligned}$$

Clave E

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 158)

1 Aplicando:  $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$

$$\frac{27^{2a+\frac{5}{3}}}{9^{3a+2}} = \frac{(3^3)^{2a+\frac{5}{3}}}{(3^2)^{3a+2}} = \frac{3^{3(2a+\frac{5}{3})}}{3^{2(3a+2)}} = \frac{3^{6a+5}}{3^{6a+4}}$$

Ahora aplicamos:  $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

$$\frac{3^{6a+5}}{3^{6a+4}} = 3^{(6a+5)-(6a+4)} = 3^{5-4}$$

∴ La respuesta es 3.

Clave B

2 Resolviendo:

$$E = \frac{(2 \cdot 3^2)^{-1}}{(4^{\frac{1}{2}})^{-1} \cdot (3)^{-2}} = 2^{-1} \cdot 3^{-2} \cdot 4^{\frac{1}{2}} \cdot 3^2 = 2^{-1} \cdot 2^1 \cdot 3^{-2} \cdot 3^2$$

$$= 2^{-1+1} \cdot 3^{-2+2} = 2^0 \cdot 3^0 = 1 \cdot 1 = 1$$

∴ E = 1

Clave A

3

I.  $(-4)^{1/2} = \sqrt{-4}$  = no existe solución en los números reales (F)

II.  $2^0 = 1$  (F)

III.  $2^3 = 8$  (F)

Clave C

4 Resolviendo:

$$M = 27^{\frac{1}{3}} + 9^{\frac{1}{2}} + 36^{\frac{1}{2}} + 16^{\frac{1}{4}}$$

$$M = \sqrt[3]{27} + \sqrt{9} + \sqrt{36} + \sqrt[4]{16}$$

$$M = 3 + 3 + 6 + 2$$

∴ M = 14

Clave D

5 Operando:

$$A = (2^2 \cdot \sqrt{3^2}) \left\{ \underbrace{\left[ (38\sqrt{74})^5 \right]^0}_{1} \right\}^{18}$$

$$A = 4 \cdot 3 \cdot \{1\}^{18}$$

∴ A = 12

Clave B

6 Operando:

$$\frac{\left[ \sqrt[7]{x^2 \cdot x^{\frac{4}{5}}} \right]}{\left[ \frac{1}{x^{\frac{1}{10}}} \cdot x^{\frac{2}{35}} \right]} = \frac{(x^{2+\frac{4}{5}})^{\frac{1}{7}}}{x^{\frac{1}{10}+\frac{2}{35}}} = \frac{x^{\frac{14}{5} \cdot \frac{1}{7}}}{x^{\frac{7+4}{70}}} = \frac{x^{\frac{2}{5}}}{x^{\frac{11}{70}}} = x^{\frac{2}{5}-\frac{11}{70}}$$

∴ La respuesta es  $x^{\frac{17}{70}}$ .

Clave A

7 Operando:

$$R = \frac{3\sqrt[4]{\sqrt[3]{x^7}}}{12\sqrt{x^{-7}}} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 2 \sqrt[4]{x^7}}{12 \sqrt[2]{x^{-7}}} = \frac{x^{\frac{7}{4}}}{x^{\frac{-7}{2}}} = x^{\frac{7}{4}+\frac{7}{2}}$$

∴ R =  $x^{\frac{7}{8}}$

Clave E

8

$$A = 3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x$$

$$A = 3^x(3^2 + 3 + 1)$$

$$A = 3^x(13)$$

Clave B

9

$$E = \frac{21^6 \cdot 35^3 \cdot 80^3}{15^4 \cdot 14^9 \cdot 30^2}$$

$$E = \frac{7^6 \cdot 3^6 \cdot 7^3 \cdot 5^3 \cdot 2^{12} \cdot 5^3}{3^4 \cdot 5^4 \cdot 7^9 \cdot 2^9 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$$

$$E = \frac{7^9 \cdot 2^{12} \cdot 5^6 \cdot 3^6}{7^9 \cdot 2^{11} \cdot 3^6 \cdot 5^6}$$

E = 2

Clave A

10

$$J = 16^{16^{-32-5^{-1}}}$$

$$J = 16^{16^{-32-\frac{1}{5}}}$$

$$J = 16^{16^{-\frac{1}{5}}}$$

$$J = 16^{16^{-\frac{1}{32}}}$$

$$J = 16^{16^{-5\sqrt{\frac{1}{32}}}}$$

$$J = 16^{16^{-\frac{1}{2}}}$$

$$J = 16^{16^{-\frac{1}{2}}}$$

$$J = 16^{\frac{1}{16}}$$

$$J = 16^{\sqrt{\frac{1}{16}}}$$

$$J = 16^{\frac{1}{4}}$$

$$J = 16^{\frac{1}{4}}$$

$$J = 4\sqrt{16} = 2$$

Clave A





$$11 \quad M = \frac{3^{n+3} - 3^{n+1}}{3^n}$$

$$M = \frac{3^n(3^3 - 3)}{3^n}$$

$$M = 27 - 3 = 24$$

Clave B

$$12 \quad C = \frac{x^{3m+5} \cdot x^{2m-1}}{x^{5+5m}}$$

$$C = \frac{x^{5m+4}}{x^{5+5m}}$$

$$C = x^{5m+4-5-5m}$$

$$C = x^{-1}$$

Clave C

$$13 \quad B = \frac{5^n + 5^{n+1} + 5^{n+2}}{5^n}$$

$$B = \frac{5^n(1 + 5 + 5^2)}{5^n}$$

$$B = 1 + 5 + 25$$

$$B = 31$$

Clave E

$$14 \quad H = \frac{2^{n+13} + 2^{n+14}}{2^{n+14} + 2^{n+15}}$$

$$H = \frac{2^{n+13}(1 + 2)}{2^{n+13}(2 + 2^2)}$$

$$H = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 2^{-1}$$

Clave E

### REFUERZA PRACTICANDO NIVEL 1 (página 160)

1

$$27^{-9-2^{-1}} = 27^{-9-1/2} = 27^{-\left(\frac{1}{9}\right)^{1/2}}$$

$$= 27^{-\frac{1}{3}} = (3^3)^{-\frac{1}{3}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

∴ La respuesta es:  $\frac{1}{3}$

Clave B

$$2 \quad G = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 3^{-2} + \frac{2^{-3}}{3^{-2}}$$

$$G = \frac{1}{9} - \frac{1}{9} + \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{9}}$$

$$\therefore G = \frac{9}{8}$$

Clave E

$$3 \quad E = 256^{8^{-3-1}} - 81^{4^{-2-1}}$$

$$E = 256^{8^{-\frac{1}{3}}} - 81^{4^{-\frac{1}{2}}}$$

$$E = 256^{\frac{1}{8}} - 81^{\frac{1}{4}}$$

$$E = 256^{\frac{1}{2}} - 81^{\frac{1}{2}}$$

$$E = 16 - 9 = 7$$

Clave D

$$4 \quad M = \left(\left(\left(6561\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$M = (6561)^{\frac{1}{8}}$$

$$M = 3$$

Clave E

$$5 \quad P = \frac{5\sqrt{8} + 9\sqrt{32}}{\sqrt{128}}$$

$$P = \frac{10\sqrt{2} + 36\sqrt{2}}{8\sqrt{2}}$$

$$P = \frac{46}{8}$$

$$P = \frac{23}{4}$$

Clave D

6 Nos piden el exponente final de x.

$$E = x^{1/2} \cdot x^{2/3} \cdot x^{3/4}$$

$$E = x^{1/2 + 2/3 + 3/4}$$

$$E = x^{\frac{6+8+9}{12}}$$

$$E = x^{23/12}$$

∴ El exponente final:  $\frac{23}{12}$

Clave E



$$\begin{aligned} 7 \quad E &= \frac{5^{2n} \cdot 5 - (5^2)^{n+1}}{5^{2n} \cdot 5^{-1}} \\ E &= \frac{5^{2n} \cdot 5 - 5^{2n} \cdot 5^2}{5^{2n} \cdot 5^{-1}} \\ E &= \frac{5^{2n}(5 - 5^2)}{5^{2n} \cdot 5^{-1}} = 5^2 - 5^3 \\ \therefore E &= -100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8 \quad \text{Simplificando:} \\ A &= \frac{2^n \cdot 2^4 - 2^n \cdot 2}{2 \cdot 2^n \cdot 2^3} \\ A &= \frac{2^n(2^4 - 2)}{2^n \cdot 2 \cdot 2^3} \\ A &= \frac{14}{16} \\ \therefore A &= \frac{7}{8} \end{aligned}$$

#### NIVEL 2 (página 160)

$$\begin{aligned} 9 \quad R &= 64^{9^{-2-1}} \\ R &= 64^{9^{-\frac{1}{2}}} \\ R &= 64^{\frac{1}{3}} \\ R &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10 \quad P &= \sqrt[3]{64^{2^{-1}} + 16^{2^{-2}} - 8^{3^{-1}}} \\ P &= \sqrt[3]{64^{\frac{1}{2}} + 16^{\frac{1}{4}} - 8^{\frac{1}{3}}} \\ P &= \sqrt[3]{8 + 2 - 2} \\ P &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11 \quad & \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt{x^5}} \cdot \sqrt[3]{x^9} \\ & \sqrt[3]{x^2 \cdot x^{\frac{5}{2}}} \cdot \sqrt[6]{x^9} \\ & \sqrt[3]{x^{\frac{9}{2}}} \cdot x^{\frac{3}{2}} \\ & x^{\frac{3}{2} + \frac{3}{2}} = x^{\frac{18}{6}} = x^3 \end{aligned}$$

Clave A

Clave D

Clave D

Clave B

Clave E

$$\begin{aligned} 12 \quad M &= \sqrt[8]{4} \cdot \sqrt[4]{2^{-20}} \cdot 2^{4^{-1}} \\ M &= 2^{\frac{2}{8}} \cdot 2^{-\frac{20}{8}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \\ M &= 2^{\frac{2-20+2}{8}} \\ M &= 2^{-\frac{16}{8}} = 2^{-2} \Rightarrow M = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 13 \quad M &= \sqrt[5]{243^{-4-2-1}} \cdot \sqrt[3]{27^{-4-2-1}} \\ 243 &= 3^5 \wedge 27 = 3^3 \\ \text{Sea: } a &= -4^{-2-1} \\ \Rightarrow M &= 3^{\frac{5a}{5}} \cdot 3^{\frac{3a}{3}} \\ M &= 3^a \cdot 3^a \\ M &= 9^a \\ a &= -4^{-2-1} = -4^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \\ \Rightarrow M &= 9^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{9}^{\frac{1}{2}} \\ M &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14 \quad E &= \left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} - \left(\frac{625}{81}\right)^{\frac{1}{4}} + 81^{\frac{1}{4}} \\ E &= \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} - 4\sqrt[4]{\frac{625}{81}} + 4\sqrt[4]{81} \\ E &= \frac{2}{3} - \frac{5}{3} + 3 \\ E &= -1 + 3 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 15 \quad & \left[ \left(\frac{1}{3}\right)^{-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}} - \left(\frac{1}{64}\right)^{-3^{-1}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{2}} \\ & \left[ \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \\ & [3^3 - \sqrt[3]{64} + \sqrt{4}]^{\frac{1}{2}} \\ & [27 - 4 + 2]^{\frac{1}{2}} = [25]^{\frac{1}{2}} = 5 \end{aligned}$$

Clave D

Clave A

Clave E

Clave B



$$16 \quad R = n^2 \sqrt{\frac{9n^2+2+3^{2n^2+2}}{90n^2+1}}$$

$$R = n^2 \sqrt{\frac{9n^2 \cdot 9^2 + 9n^2 \cdot 9}{9n^2+1 \cdot 10n^2+1}}$$

$$R = n^2 \sqrt{\frac{9n^2(9^2+9)}{9n^2 \cdot 90 \cdot 10n^2}}$$

$$R = n^2 \sqrt{\frac{1}{10n^2}} = \frac{1}{10}$$

### NIVEL 3 (página 161)

$$17 \quad B = \left(\frac{1}{3}\right)^{-\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{-\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}}$$

$$B = \left(\frac{1}{3}\right)^{-\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{-\left(\frac{1}{9}\right)^{.27}}}$$

$$B = \left(\frac{1}{3}\right)^{-\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}}$$

$$B = \left(\frac{1}{3}\right)^{-\left(\frac{1}{9}\right)^{.27}}$$

$$B = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$$

$$B = 3^3 = 27$$

$$18 \quad R = \left[\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}\right]^{2^3}$$

$$R = \left[\sqrt{x\sqrt{x \cdot x \cdot \frac{1}{x^2}}}\right]^8$$

$$R = \left[\sqrt{x \cdot \sqrt{x^{1+\frac{1}{2}}}}\right]^8$$

$$R = \left[\sqrt{x \cdot \sqrt{x^{\frac{3}{2}}}}\right]^8$$

$$R = \left[\sqrt{x \cdot x^{\frac{3}{4}}}\right]^8$$

$$R = \left[\sqrt{x^{\frac{3}{4}+1}}\right]^8$$

$$R = \left[x^{\frac{7}{8}}\right]^8$$

$$R = x^7$$

Clave D

Clave C

Clave C

$$19 \quad C = a+b \sqrt{\frac{x^{a+b}}{y^{a+b}}}$$

$$C = a+b \sqrt{\left(\frac{x}{y}\right)^{a+b}}$$

$$C = \frac{x}{y}$$

Clave B

$$20 \quad f(x) = 3 \sqrt[3]{\frac{x^8 \cdot x^{\frac{7}{4}}}{x^{\frac{15}{2}}}}$$

$$f(x) = 3 \sqrt[3]{\frac{x^{\frac{39}{4}}}{x^{\frac{15}{2}}}} = 3 \sqrt[3]{\frac{39}{4} - \frac{30}{4}}$$

$$f(x) = 3 \sqrt[3]{\frac{9}{4}} = 4 \sqrt[4]{x^3}$$

$$\Rightarrow f(16) = 4 \sqrt[4]{16^3} = (4 \sqrt[4]{16})^3 = 8$$

Clave B

$$21 \quad P = \left[ \frac{\frac{4\sqrt{x}}{6\sqrt{x}} \div 8\sqrt{x}}{\frac{3\sqrt{x} \cdot 9\sqrt{x}}{\sqrt{x}}} \right]^{72}$$

$$P = \left[ \frac{\frac{\frac{1}{x^{\frac{1}{4}} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8}}}{x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{2}}}}{\frac{-\frac{1}{24}}{x^{\frac{-1}{18}}}} \right]^{72} = \left[ \frac{x^{\frac{-1}{24}}}{x^{\frac{-1}{18}}} \right]^{72} = \left[ x^{\frac{1}{72}} \right]^{72}$$

$$P = x$$

Clave A

$$22 \quad M = a \sqrt{\frac{20^{a+1}}{4^{a+2} + 2^{2a+2}}}$$

$$M = a \sqrt{\frac{4^{a+1} \cdot 5^{a+1}}{4^{a+2} + 4^{a+1}}}$$

$$M = a \sqrt{\frac{4^{a+1} \cdot 5^{a+1}}{4^{a+1}(4+1)}}$$

$$M = a \sqrt{\frac{5^a \cdot 5}{5}} \Rightarrow M = 5$$

Clave B



23

$$E = \frac{\sqrt{x \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt{x}}}}}{16\sqrt{x^{-1}}}$$

$$E = \frac{\sqrt{x \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt{x^{1+\frac{1}{2}}}}}}{16\sqrt{x^{-1}}}$$

$$E = \frac{\sqrt{x \cdot \sqrt{x^{1+\frac{3}{4}}}}}{16\sqrt{x^{-1}}}$$

$$E = \frac{\sqrt{x \cdot x^{\frac{7}{8}}}}{16\sqrt{x^{-1}}}$$

$$E = \frac{x^{\frac{15}{16}}}{x^{\frac{1}{16}}} = x^{\frac{15}{16} + \frac{1}{16}} \Rightarrow E = x$$

Clave B

24

$$P = \sqrt[n]{\frac{x^{3n} + \sqrt[n]{\frac{x^{3n^2}(x^{n^2}+1)}}{x^{n^2}(x^{n^2}+1)}}}{x^n + 1}$$

$$P = \sqrt[n]{\frac{x^{3n} + \sqrt[n]{x^{2n^2}}}{x^n + 1}}$$

$$P = \sqrt[n]{\frac{x^{3n} + x^{2n}}{x^n + 1}}$$

$$P = \sqrt[n]{\frac{x^{2n}(x^n + 1)}{x^n + 1}} = x^2$$

Clave B

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 167)

- 1 Aplicando diferencia de cuadrados tenemos:

$$S = \frac{(x+3)^2 - 1^2}{(x+2)}$$

$$S = \frac{(x+3-1)(x+3+1)}{(x+2)}$$

$$S = \frac{(x+2)(x+4)}{(x+2)}$$

$$\therefore S = x + 4$$

Clave B

- 2 Aplicamos binomio al cubo:

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3$$

$$a^3 - b^3 - 3ab(a-b) = a^3 - b^3$$

$$\underbrace{-3ab(a-b)}_{\neq 0} = 0$$

$$(a-b) = 0 \Rightarrow a = b$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 1$$

Clave C

- 3 Aplicamos diferencia de cuadrados y binomio al cuadrado.

$$E = (a+b)^2 - (a+b)(a-b) - [a(2b-2) - (b^2-2a)]$$

$$E = a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - b^2) - [2ab - 2a - b^2 + 2a]$$

$$E = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + b^2 - 2ab + 2a + b^2 - 2a$$

$$\therefore E = 3b^2$$

Clave E

- 4 Aplicando diferencia de cuadrados y factorizando:

$$E = \frac{(1+xy)^2 - (x+y)^2}{1-x^2}$$

$$E = \frac{(1+xy+x+y)(1+xy-x-y)}{(1-x)(1+x)}$$

$$E = \frac{[x(1+y) + (1+y)][-x(1-y) + (1-y)]}{(1-x)(1+x)}$$

$$E = \frac{(1+y)(x+1) \cdot (1-y)(1-x)}{(1-x)(1+x)} = (1+y)(1-y)$$

$$\therefore E = 1 - y^2$$

Clave A

- 5 Aplicamos diferencia de cuadrados dentro del radical.

$$R = (\sqrt{5+2\sqrt{6}})(\sqrt{5-2\sqrt{6}}) + 1$$

$$R = \sqrt{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})} + 1$$

$$R = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{6})^2} + 1$$

$$R = \sqrt{25 - 4 \cdot 6} + 1$$

$$R = \sqrt{1} + 1$$

$$\therefore R = 2$$

Clave C

- 6 Aplicamos binomio al cuadrado:

$$E = \sqrt{(x-y)^2 + 4xy}$$

$$E = \sqrt{x^2 - 2xy + y^2 + 4xy}$$

$$E = \sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$$

$$E = \sqrt{(x+y)^2}, x > y > 0$$

$$\therefore E = x + y$$

Clave E

- 7 Formamos binomio al cuadrado en la expresión:

$$E = r^2 - 2r - 2$$

$$E = r^2 - 2r + 1 - 1 - 2$$

Binomio al cuadrado

$$E = (r-1)^2 - 3$$

$$\text{Del dato sabemos: } r-1 = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow E = (\sqrt{2})^2 - 3$$

$$E = 2 - 3$$

$$\therefore E = -1$$

Clave D

- 8 Aplicamos diferencia de cuadrados y binomio al cuadrado dentro del radical:

$$E = 2b^2 + 2ab + \sqrt{(a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2}$$

$$E = 2b^2 + 2ab + \sqrt{(a^2 + b^2 + 2ab)(a^2 + b^2 - 2ab)}$$

$$E = 2b^2 + 2ab + \sqrt{(a+b)^2(a-b)^2}$$

$$E = 2b^2 + 2ab + \sqrt{(a+b)^2} \cdot \sqrt{(a-b)^2}$$

$$E = 2b^2 + 2ab + (a+b)(a-b)$$

$$E = 2b^2 + 2ab + a^2 - b^2$$

$$E = b^2 + 2ab + a^2$$

$$E = (a+b)^2$$

$$\therefore \sqrt{E} = \sqrt{(a+b)^2} = a + b$$

Clave B



9  $(m+3)^3 - 9m(m+3) - m^3$   
 $= m^3 + 3^3 + 3(3)(m)(m+3) - 9m(m+3) - m^3 = 27$

Clave A

10  $R = (t+2)^3 - (t-2)^3 - 12t^2$   
 $R = t^3 + 2^3 + 3(t)(2)(t+2) - [t^3 - 2^3 - 3(t)(2)(t-2)]$   
 $- 12t^2$   
 $R = t^3 + 8 + 6t(t+2) - t^3 + 8 + 6t(t-2) - 12t^2$   
 $R = 16 + 6t^2 + 12t + 6t^2 - 12t - 12t^2 = 16$

Clave C

11  $a^2 - b^2 = 42$   
 $a - b = 7 \quad a + b = ?$   
 $(a+b)(a-b) = 42$   
 $(a+b)7 = 42$   
 $a + b = 6$

Clave C

12  $ab = 3 \quad a + b = 5 \quad a^2 + b^2 = ?$   
 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$   
 $5^2 = a^2 + b^2 + 2(3)$   
 $a^2 + b^2 = 25 - 6 = 19$

Clave C

13  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 $(a-b)^2 = 45 - 2(18)$   
 $a - b = 3$   
 $(a-b)^3 = 3^3$   
 $a^3 - b^3 - 3ab(a-b) = 27$   
 $a^3 - b^3 = 27 + 3(18)(3)$   
 $a^3 - b^3 = 189$

Clave D

14  $(x+3)^2 = x^2 + mx + 9$   
 $x^2 + 6x + 9 = x^2 + mx + 9$   
 $6x = mx$   
 $m = 6$

Clave B

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 169)

1  $(2x^3 + 5)^2$   
 $(2x^3)^2 + 2(2x^3)(5) + 5^2$   
 $4x^6 + 20x^3 + 25$

Clave B

2  $(x+2)^3 - 6x(x+2) - 8$   
 $[x^3 + 2^3 + 3(x)(2)(x+2)] - 6x(x+2) - 8 = x^3$

Clave A

3  $(x+1)(x+2) + (x+2)(x+3) - 2(x-5)(x-2) - x$   
 $(x^2 + 3x + 2) + (x^2 + 5x + 6) - 2(x^2 - 7x + 10) - x$   
 $2x^2 + 8x + 8 - 2x^2 + 14x - 20 - x = 21x - 12$

Clave C

4  $(x^2 + 6)(x^2 - 5) - (x^2 + 4)(x^2 - 7)$   
 $x^4 - 5x^2 + 6x^2 - 30 - [x^4 - 7x^2 + 4x^2 - 28]$   
 $x^4 + x^2 - 30 - x^4 + 3x^2 + 28 = 4x^2 - 2$

Clave B

5  $(y+3)(y-3)(y^2+9) + 81$   
 $(y^2-9)(y^2+9) + 81$   
 $y^4 - 9^2 + 81 = y^4$

Clave D

6  $(x+4)^2 + (x-4)^2 - 2(x^2-4)$   
 Por Legendre:  
 $2(x^2+16) - 2x^2 + 8$   
 $2x^2 + 32 - 2x^2 + 8 = 40$

Clave A

7  $(x-6)(x+5) + (x+2)(x-1) + 32$   
 $x^2 - x - 30 + x^2 + x - 2 + 32 = 2x^2$

Clave B

8  $(a+2x)(2x-3a) + 4ax + 3a^2$   
 $4x^2 - 4xa - 3a^2 + 4ax + 3a^2 = 4x^2$

Clave D

9  $(2x^2-7)(2+2x^2) - 4x^4 + 10x^2$   
 $4x^2 + 4x^4 - 14 - 14x^2 - 4x^4 + 10x^2 = -14$

Clave D



## NIVEL 2 (página 169)

$$10 \quad R = (\sqrt{x^2 + 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} + \sqrt{y^2}}) - (\sqrt{x^2 - 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} + \sqrt{y^2}})$$

$$R = 4\sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$$

$$\therefore R = 4\sqrt{xy}$$

Clave D

$$11 \quad (9x^2 + 3x + 1)(3x - 1)$$

$$9x^2(3x - 1) + (3x - 1)(3x + 1)$$

$$27x^3 - 9x^2 + (3x)^2 - 1 = 27x^3 - 1$$

Clave E

$$12 \quad (x + 1)^3 - (x - 1)^3 - 6x^2$$

$$(x + 1 - x + 1)[(x + 1)^2 + (x + 1)(x - 1) + (x - 1)^2] - 6x^2$$

$$(2)[2(x^2 + 1) + (x^2 - 1)] - 6x^2$$

$$2(2x^2 + 2 + x^2 - 1) - 6x^2$$

$$4x^2 + 4 + 2x^2 - 2 - 6x^2 = 2$$

Clave A

$$13 \quad (a + 2m)^3 + (a - 2m)^3 - 2a(a^2 + 12m^2)$$

$$(a + 2m + a - 2m)[(a + 2m)^2 -$$

$$(a + 2m)(a - 2m) + (a - 2m)^2] - 2a(a^2 + 12m^2)$$

$$2a[2(a^2 + 4m^2) - (a^2 - 4m^2)] - 2a^3 - 24am^2$$

$$2a(a^2 + 12m^2) - 2a^3 - 24am^2$$

$$2a^3 + 24am^2 - 2a^3 - 24am^2 = 0$$

Clave C

14

$$3\sqrt{(x + y)(x^2 - xy + y^2) - y(3x^2 - 3xy + 2y^2)}$$

$$3\sqrt{x^3 + y^3 - 3x^2y + 3xy^2 - 2y^3}$$

$$3\sqrt{x^3 - y^3 - 3xy(x - y)}$$

$$3\sqrt{(x - y)^3} = x - y$$

Clave B

15

$$(m^5 + 5)(m^{10} - 5m^5 + 25) - 125$$

$$[(m^5)^3 + 5^3] - 125 = m^{15}$$

Clave D

16

$$\underbrace{(x + 1)(x^2 - x + 1)(x^6 - x^3 + 1) - x^9}_{(x^3 + 1)(x^6 - x^3 + 1) - x^9} = \underbrace{(x^9 + 1) - x^9}_{= 1}$$

Clave E

$$17 \quad (4x^6 - 2x^3 + 1)(2x^3 + 1) - 1$$

$$[(2x^3)^2 - (2x^3)1 + 1](2x^3 + 1) - 1$$

$$(2x^3)^3 + 1 - 1 = 8x^9$$

Clave B

## NIVEL 3 (página 170)

18

$$(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) + 1$$

$$(x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) + 1$$

$$(x^4 - 1)(x^4 + 1) + 1$$

$$x^8 - 1 + 1 = x^8$$

Clave C

19

$$ab = 4 \quad a^2 + b^2 = 17 \quad a + b = ?$$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(a + b)^2 = 17 + 2(4)$$

$$a + b = \sqrt{25} = 5$$

Clave A

$$20 \quad P = (a + b)(a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$P = (a + b)(a^3 - b^3)$$

$$Q = (a^2 - ab + b^2)(a^6 + b^6)(a^{12} + b^{12})$$

$$\Rightarrow PQ = (a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^3 - b^3)$$

$$(a^6 + b^6)(a^{12} + b^{12})$$

$$PQ = (a^3 + b^3)(a^3 - b^3)(a^6 + b^6)(a^{12} + b^{12})$$

$$PQ = (a^6 - b^6)(a^6 + b^6)(a^{12} + b^{12})$$

$$PQ = (a^{12} - b^{12})(a^{12} + b^{12})$$

$$PQ = a^{24} - b^{24}$$

$$\therefore PQ + b^{24} = a^{24}$$

Clave C



21

$$\begin{aligned}\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 &= 6^3 \\ a^3 + \frac{1}{a^3} + 3\left(a\right)\left(\frac{1}{a}\right)\left(a + \frac{1}{a}\right) &= 216 \\ a^3 + \frac{1}{a^3} &= 216 - 3(6) \\ a^3 + \frac{1}{a^3} &= 198\end{aligned}$$

Clave B

22

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt[3]{a^3 + b^3 + 3ab(a+b)} - (a-b)}{\sqrt[3]{a^3 - b^3 - 3ab(a-b)} + a+b} \\ \frac{\sqrt[3]{(a+b)^3} - (a-b)}{\sqrt[3]{(a-b)^3} + a+b} \\ = \frac{a+b - a+b}{a-b + a+b} = \frac{2b}{2a} = \frac{b}{a}\end{aligned}$$

Clave B

23  $a + b = 12 \quad a^2 + b^2 = 100$

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= 12^2 \\ a^2 + b^2 + 2ab &= 144 \\ 100 + 2ab &= 144 \\ ab &= 22\end{aligned}$$

Clave C

24  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = ? \quad ab = 2$

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (\sqrt{5})^2 \\ a^2 + b^2 + 2ab &= 5 \\ a^2 + b^2 &= 5 - 2(2) \\ a^2 + b^2 &= 1 \\ \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} &= \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Clave E

25

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{x} &= 4 \\ \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 &= 4^3 \\ x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x\right)\left(\frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) &= 64 \\ x^3 + \frac{1}{x^3} + 3(4) &= 64 \\ x^3 + \frac{1}{x^3} &= 52\end{aligned}$$

Clave D

26

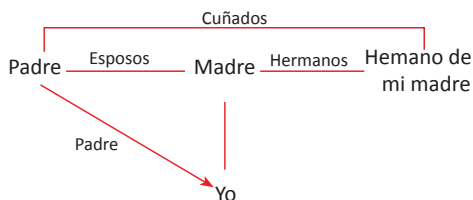
$$\begin{aligned}\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= (6)^2 \\ x^2 + 2\left(x\right)\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^2} &= 36 \\ x^2 + \frac{1}{x^2} &= 36 - 2 \\ x^2 + \frac{1}{x^2} &= 34\end{aligned}$$

Clave E



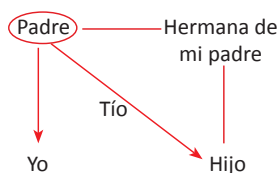
## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 176)

1 Veamos un esquema:



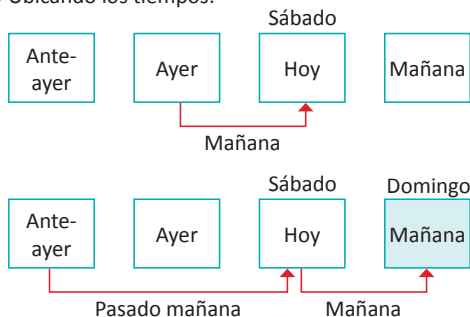
Clave A

2 Haciendo un esquema:



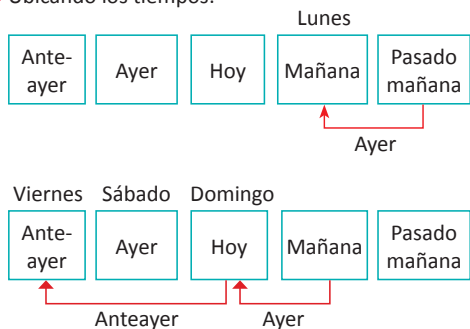
Clave C

3 Ubicando los tiempos:



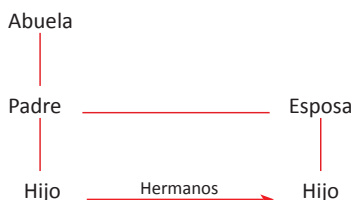
Clave D

4 Ubicando los tiempos:



Clave E

5 Haciendo un esquema:



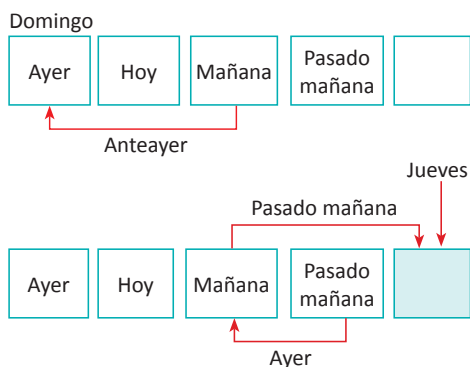
Clave B

6 Haciendo un esquema:



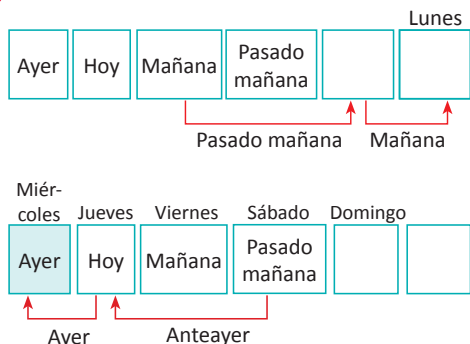
Clave C

7 Ubicando los tiempos:



Clave E

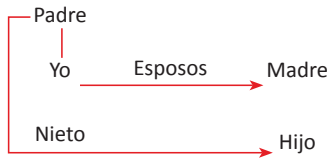
8



Clave A

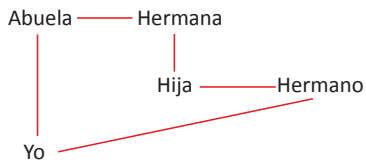


**9** Haciendo un esquema:



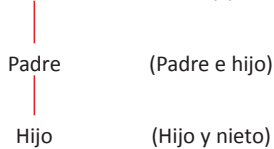
Clave D

**10** Realizando un esquema:



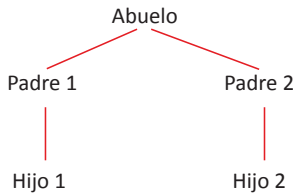
Clave C

**11** Abuelo (Abuelo y padre)



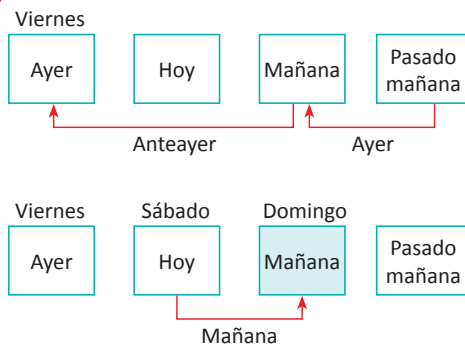
Clave A

**12** Haciendo un esquema



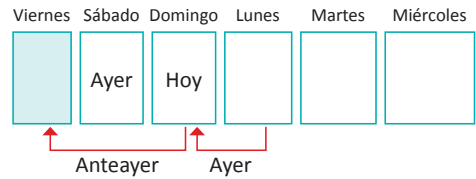
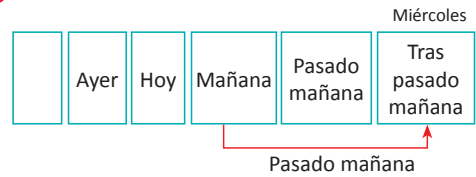
Clave B

**13**



Clave D

**14**



Clave E

**REFUERZA PRACTICANDO**  
**NIVEL 1 (página 178)**

**1** Dato:

$+2 + 1 - 1 = \text{viernes}$   
 $+ 2 = \text{viernes} \Rightarrow \text{Hoy es miércoles}$   
Nos piden:  $- 1 = \text{ayer}$   
 $\therefore$  Ayer fue martes.

Clave E

**2** Dato:

$+ 1 - 2 + 1 = \text{martes}$   
 $0 = \text{martes} \Rightarrow \text{Hoy es martes}$   
Nos piden:  $+2 = \text{pasado mañana}$   
 $\therefore$  Pasado mañana será jueves.

Clave A

**3** Dato:

$-1 + 2 - 1 = \text{sábado}$   
 $0 = \text{sábado} \Rightarrow \text{Hoy es sábado}$   
Nos piden:  $+1 + 2 - 1 = +2$  (pasado mañana)  
 $\therefore$  Pasado mañana será lunes.

Clave C

**4** Dato:

$-2 + 1 = \text{miércoles}$   
 $-1 = \text{miércoles} \Rightarrow \text{Hoy es jueves}$   
Nos piden:  $+ 2 - 1 + 2 = +3$   
 $\therefore$  jueves  $+ 3 = \text{domingo}$

Clave B



∴ Hoy es lunes.

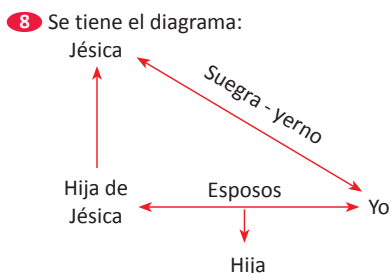
Clave E

- 6 Nos piden:  
 $-1 - 2$  del viernes = viernes  $- 3$   
 ∴ Fue martes

Clave D

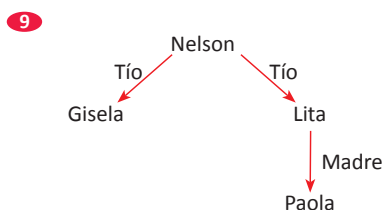
- 7 Analizando desde el final, tenemos:  
 - El padre de mi padre, es mi abuelo.  
 - La hija del padre de mi padre, es mi tía.  
 ∴ El único hermano de mi tía, es mi padre.

Clave D



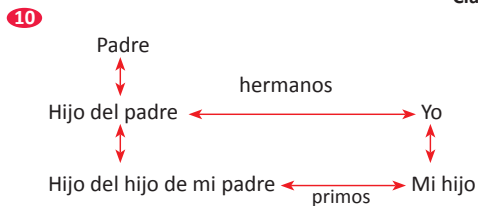
∴ La relación que tengo con Jéssica es:  
 yerno - suegra

Clave C



∴ Paola es sobrina nieta de Nelson.

Clave E



∴ Es el primo.

Clave A

## NIVEL 2 (página 179)

- 11  $-1 + 2$  = jueves  
 $+1$  = jueves  $\Rightarrow$  Hoy es miércoles  
 Nos piden:  $+1 - 2 = -1$  (ayer)  
 ∴ Ayer fue martes.

Clave A

- 12 Dato:  
 $+2 + 1 - 2$  = martes  
 $+1$  = martes  $\Rightarrow$  Hoy es lunes  
 Nos piden:  $-1 + 2 - 3 = -2$  (anteayer)  
 ∴ Anteayer fue sábado.

Clave E

- 13 Dato:  
 $-1 - 2 + 1$  = jueves  
 $-2$  = jueves  $\Rightarrow$  Hoy es sábado  
 Nos piden:  $+1 + 1 + 2 = +4$   
 ∴ Dentro de 4 días será miércoles.

Clave B

- 14 Dato:  $+3 + 1 - 2 + 1$  = domingo  
 $+3$  = domingo  $\Rightarrow$  Hoy es jueves  
 Nos piden:  $-1 + 2 - 4 = -3$  (hace 3 días)  
 ∴ Hace 3 días fue lunes.

Clave E

- 15 Nos piden: día =  $-1 - 2$  del miércoles  
 = miércoles  $- 3$   
 ∴ Domingo

Clave C

- 16 Dato:  
 $-2 + 1$  = jueves  
 $-1$  = jueves  $\Rightarrow$  Hoy es viernes  
 Nos piden:  $+2 - 1 + 2 = +3$  (dentro de 3 días)  
 ∴ Dentro de 3 días será lunes.

Clave D

- 17 Analizando desde el final tenemos:  
 - El único hermano de mi padre, es mi tío.  
 - El hijo de mi tío es mi primo.  
 ∴ El tío de mi primo es mi padre.

Clave A

- 18 Analizando desde el final tenemos:  
 - El hijo del hijo de Antonio, es su nieto.  
 - El padre del nieto de Antonio, es su hijo.  
 ∴ La respuesta: el hijo de Antonio.

Clave E



- 19) Analizando desde el final tenemos:
- El único hermano de mi tío, es mi padre.
  - El hijo del único hermano de mi tío soy yo.
  - ∴ El hijo de mi abuelo es mi padre.

Clave C

- 20) Analizando desde el final tenemos:
- El único hijo de mi padre soy yo.
  - La esposa del único hijo de mi padre, es mi esposa.
  - ∴ El hijo de la esposa del único hijo de mi padre, es mi hijo.

Clave A

### NIVEL 3 (página 180)

- 21) Dato:
- $2 + 1 + 2 = \text{viernes}$
  - $+ 1 = \text{viernes} \Rightarrow (\text{hoy es jueves})$
  - ∴ Ayer fue miércoles.

Clave E

- 22) Dato:
- $-1 + 1 = \text{lunes}$
  - $0 = \text{lunes} \Rightarrow \text{Hoy es lunes}$
  - Nos piden:  $+1 - 1 + 2 = +2$  (pasado mañana)
  - ∴ Pasado mañana será miércoles.

Clave A

- 23) Martes =  $+1$  (mañana)
- $\Rightarrow$  Hoy es lunes
- ∴ Antes de ayer fue sábado.

Clave A

- 24) Dato:  $-1 - 2 + 1 = \text{jueves}$
- $-2 = \text{jueves} \Rightarrow \text{Hoy es sábado}$
- Nos piden:  $+2 + 1 - 2 = +1$  (mañana)
- ∴ Mañana es domingo.

Clave D

- 25) Dato:
- $-2 + 5 = \text{domingo}$
  - $+3 = \text{domingo} \Rightarrow \text{Hoy es jueves}$
  - Nos piden:  $+2 - 1 - 3 + 2 + 1 = +1$  (mañana)
  - ∴ Mañana es viernes

Clave E

- 26) Dato:
- ayer =  $+2 + 1 - 1$  del domingo
  - ayer = domingo  $+2$
  - ayer = martes

$\Rightarrow$  Hoy es miércoles

Nos piden:  $-2 - 1 = -3$  (hace 3 días)

∴ Hace 3 días fue domingo.

Clave B

- 27) Del enunciado se deduce:
- Mamá de Edith : mi hermana
- Edith: mi sobrina
- ∴ El abuelo de la hermana gemela de Edith es mi padre.

Clave A



∴ Es mi hija.

Clave D

- 29) Un abuelo a la vez es padre; un abuelo es también padre y a la vez hijo; un padre también es hijo y a la vez nieto. El mínimo número de personas que comparten el almuerzo:



∴ El mínimo número de personas es 4.

Clave A

- 30) Se observa el mínimo número de mujeres en la reunión:

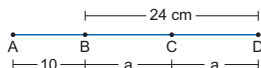


∴ El mínimo número de mujeres es 3.

Clave E

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 188)

- 1 Graficamos el problema colocando las medidas de los segmentos respectivos y luego aplicamos la suma de segmentos para hallar AC.



$$\Rightarrow a + a = 24$$

$$a = 12 \text{ cm}$$

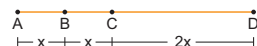
Luego:

$$AC = 10 + a$$

$$\therefore AC = 10 + 12 = 22 \text{ cm}$$

Clave B

- 2 Graficando:



$$AD = 24$$

$$AB + BC + CD = 24$$

$$x + x + 2x = 24$$

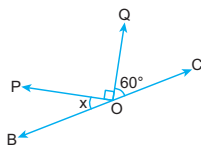
$$4x = 24$$

$$x = 6$$

$$\therefore AB = 6 \text{ cm}$$

Clave E

- 3



Del gráfico, por propiedad:

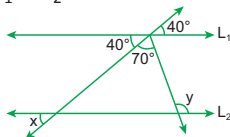
$$x + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

$$x + 150^\circ = 180^\circ$$

$$x = 30^\circ$$

Clave C

- 4  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$



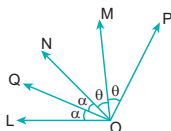
Del gráfico, por ser alternos internos:

$$x = 40^\circ \wedge y = 110^\circ$$

$$\therefore x + y = 40^\circ + 110^\circ = 150^\circ$$

Clave B

- 5 Si  $m\angle LOP = 146^\circ$ , piden:  
 $m\angle QOM = \alpha + \theta$



Por dato:

$$m\angle LOP = 146^\circ$$

$$2\alpha + 2\theta = 146^\circ$$

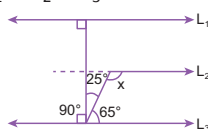
$$2(\alpha + \theta) = 146^\circ$$

$$\alpha + \theta = 73^\circ$$

$$m\angle QOM = \alpha + \theta = 73^\circ$$

Clave E

- 6  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2 // \vec{L}_3$



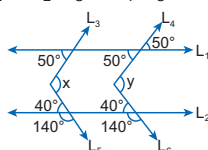
Del gráfico: como  $\vec{L}_2 // \vec{L}_3$

$$\Rightarrow x = 90^\circ + 25^\circ$$

$$\therefore x = 115^\circ$$

Clave C

- 7  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2; \vec{L}_3 // \vec{L}_4; \vec{L}_5 // \vec{L}_6$



Por propiedad:

$$x = 40^\circ + 50^\circ \wedge y = 50^\circ + 40^\circ$$

$$x = 90^\circ \quad y = 90^\circ$$

$$\therefore x + y = 180^\circ$$

Clave C

- 8 Por dato:

$$CS(\alpha) = 50^\circ$$

$$C(180^\circ - \alpha) = 50^\circ$$

$$90^\circ - (180^\circ - \alpha) = 50^\circ$$

$$90^\circ - 180^\circ + \alpha = 50^\circ$$

$$-90^\circ + \alpha = 50^\circ$$

$$\alpha = 140^\circ$$

Luego:

$$C\left(\frac{\alpha}{2}\right) = C\left(\frac{140^\circ}{2}\right) = C(70^\circ)$$

$$= 90^\circ - 70^\circ$$

$$= 20^\circ$$

Clave C

- 9 Piden:  $C\left(\frac{\alpha}{3}\right)$

Por dato:

$$S(\alpha) = \frac{\alpha}{2}$$

$$180^\circ - \alpha = \frac{\alpha}{2}$$

$$360^\circ - 2\alpha = \alpha$$

$$360^\circ = 3\alpha$$

$$120^\circ = \alpha$$

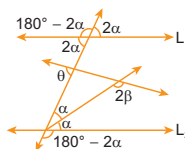
$$\therefore C\left(\frac{\alpha}{3}\right) = C\left(\frac{120^\circ}{3}\right) = C(40^\circ)$$

$$= 90^\circ - 40^\circ$$

$$= 50^\circ$$

Clave B

- 10  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2; \beta - \frac{\alpha}{2} = 56^\circ$



Del gráfico:

$$\theta + 180^\circ - \alpha + 2\beta = 360^\circ$$

$$\theta + 180^\circ + 2\beta - \alpha = 360^\circ \quad \dots(1)$$

También por datos:

$$\beta - \frac{\alpha}{2} = 56^\circ$$

$$2\beta - \alpha = 112^\circ \quad \dots(2)$$

Reemplazando (2) en (1):

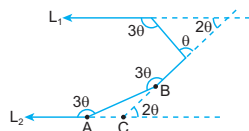
$$\theta + 180^\circ + 2\beta - \alpha = 360^\circ$$

$$\theta + 180^\circ + 112^\circ = 360^\circ$$

$$\theta = 68^\circ$$

Clave A

- 11  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$



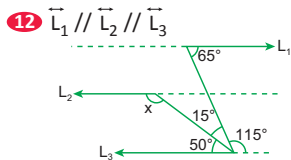
En el  $\triangle ABC$  por propiedad:

$$30^\circ + 30^\circ + 2\theta = 360^\circ$$

$$8\theta = 360^\circ$$

$$\theta = 45^\circ$$

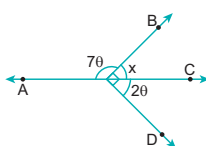
Clave C



Del gráfico:  
 $x = 15^\circ + 115^\circ$   
 $x = 130^\circ$

Clave A

- 13 Del gráfico, planteamos las siguientes ecuaciones:

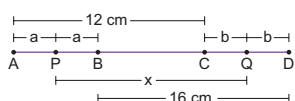


$$\begin{aligned} 70 + x &= 180^\circ \\ 20 + x &= 90^\circ \quad \downarrow (-) \\ 50 &= 90^\circ \\ \theta &= 18^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Entonces: } 2\theta + x &= 90^\circ \\ 2(18^\circ) + x &= 90^\circ \\ \therefore x &= 54^\circ \end{aligned}$$

Clave A

- 14 Graficamos el problema colocando las medidas de los segmentos respectivos y luego aplicamos la suma de segmentos para hallar PQ.



$$\Rightarrow AD = x + a + b = 12 + 2b = 16 + 2a$$

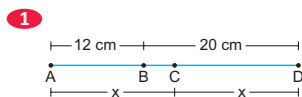
Planteando el sistema:

$$\begin{aligned} x + a + b &= 12 + 2b \\ x + a + b &= 16 + 2a \quad \downarrow (+) \\ 2x + 2(a + b) &= 28 + 2(a + b) \\ 2x &= 28 \Rightarrow x &= 14 \\ \therefore x &= 14 \text{ cm} \end{aligned}$$

Clave C

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 190)



Del gráfico:

$$2x = 32$$

$$x = 16$$

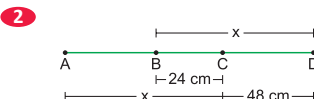
Luego:

$$BC = AC - AB$$

$$BC = 16 - 12$$

$$BC = 4 \text{ cm}$$

Clave D



Del gráfico:

$$x = 24 + 48$$

$$x = 72 \text{ cm}$$

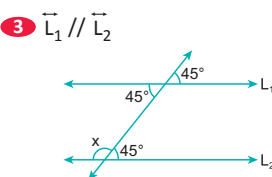
Luego:

$$AB = AC - BC$$

$$= 72 - 24$$

$$= 48 \text{ cm}$$

Clave A

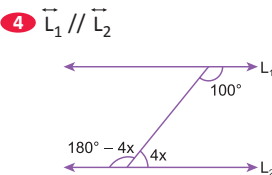


Del gráfico:

$$x + 45^\circ = 180^\circ$$

$$x = 135^\circ$$

Clave A



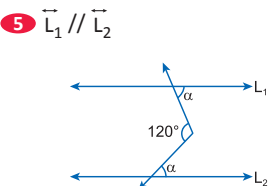
Por propiedad (alternos internos):

$$180^\circ - 4x = 100^\circ$$

$$80^\circ = 4x$$

$$20^\circ = x$$

Clave B



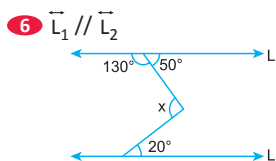
Por propiedad:

$$\alpha + \alpha = 120^\circ$$

$$2\alpha = 120^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ$$

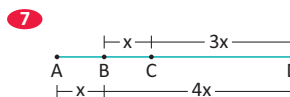
Clave A



Por propiedad:

$$x = 50^\circ + 20^\circ = 70^\circ$$

Clave B



Del dato:

$$AC = 36$$

$$2x = 36$$

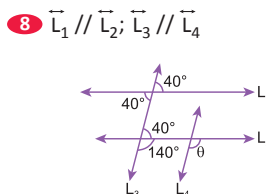
$$x = 18$$

Luego:

$$BD = 4(18)$$

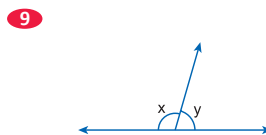
$$BD = 72 \text{ m}$$

Clave E



Del gráfico:  $\theta = 140^\circ$

Clave B



Del gráfico:

$$x + y = 180^\circ$$

... (1)

Del dato:

$$x - y = 50^\circ$$

... (2)

Sumando (1) y (2):

$$x + y = 180^\circ \quad \downarrow (+)$$

$$x - y = 50^\circ$$

$$2x = 230^\circ$$

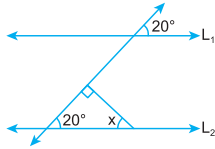
$$x = 115^\circ$$

Clave D



## NIVEL 2 (página 191)

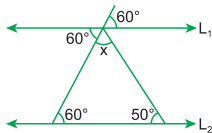
10  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$



Del gráfico:  
 $20^\circ + x = 90^\circ$   
 $x = 70^\circ$

Clave E

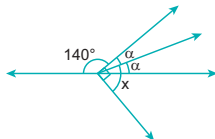
11  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$



Del gráfico:  
 $x + 60^\circ + 50^\circ = 180^\circ$   
 $x = 70^\circ$

Clave B

12

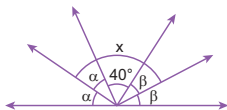


Del gráfico:  $\alpha + x = 90^\circ$  ... (1)  
 También:  
 $2\alpha = 40^\circ$   
 $\alpha = 20^\circ$  ... (2)

Reemplazamos (2) en (1):  
 $\alpha + x = 90^\circ$   
 $20^\circ + x = 90^\circ$   
 $x = 70^\circ$

Clave B

13



Del gráfico:  
 $x = \alpha + \beta + 40^\circ$  ... (1)  
 También:  
 $2\alpha + 2\beta + 40^\circ = 180^\circ$   
 $\alpha + \beta = 70^\circ$  ... (2)

Reemplazamos (2) en (1):  
 $x = \underbrace{\alpha + \beta}_{70^\circ} + 40^\circ$   
 $x = 110^\circ$

Clave E

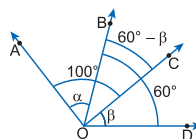
14 Por dato:

$S(x) - C(x) = 6x$   
 $180^\circ - x - (90^\circ - x) = 6x$   
 $180^\circ - x - 90^\circ + x = 6x$   
 $90^\circ = 6x$   
 $15^\circ = x$

Clave E

15 Si:

$m\angle AOC = 100^\circ \wedge m\angle BOD = 60^\circ$

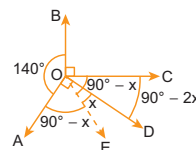


Del gráfico:  
 $\alpha + 60^\circ - \beta = 100^\circ$   
 $\alpha - \beta = 40^\circ$

Clave D

16 Datos:

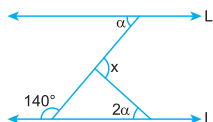
$m\angle BOA = 140^\circ$   
 $m\angle COE = m\angle EOA$



Del gráfico:  
 $90^\circ - 2x = 40^\circ$   
 $50^\circ = 2x$   
 $25^\circ = x$

Clave A

17  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$



Del gráfico:

$140^\circ + \alpha = 180^\circ$   
 $\alpha = 40^\circ$  ... (1)

También:

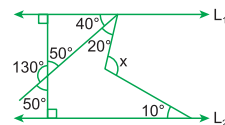
$\alpha + 2\alpha = x$  ... (2)

Reemplazamos (1) en (2):

$3(40^\circ) = x$   
 $120^\circ = x$

Clave C

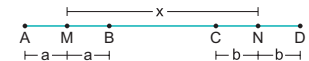
18  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$



Del gráfico:  
 $x = 40^\circ + 20^\circ + 10^\circ$   
 $x = 70^\circ$

Clave B

19



Del dato:

$AD = 30 \text{ cm}$   
 $2a + 8 + 2b = 30$   
 $2a + 2b = 22$   
 $a + b = 11$

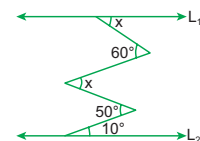
Piden:

$MN = a + b + 8$   
 $MN = 11 + 8$   
 $MN = 19 \text{ cm}$

Clave B

## NIVEL 3 (página 192)

20  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$

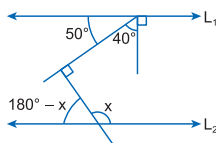


Por propiedad:  
 $60^\circ + 50^\circ = x + x + 10^\circ$   
 $100^\circ = 2x$   
 $50^\circ = x$

Clave E



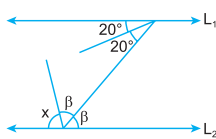
21  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$



Por propiedad:  
 $90^\circ = 50^\circ + 180^\circ - x$   
 $x = 140^\circ$

Clave C

22  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$



Del gráfico:  
 $\beta = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$  ... (1)

También:  
 $x + 2\beta = 180^\circ$  ... (2)

Reemplazando (1) en (2):  
 $x + 2\beta = 180^\circ$   
 $x + 2(40^\circ) = 180^\circ$   
 $x + 80^\circ = 180^\circ$   
 $x = 100^\circ$

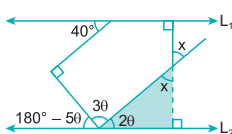
Clave A

23 Por dato:

$(90^\circ - \alpha) + (180^\circ - \alpha) = 3\alpha$   
 $270^\circ - 2\alpha = 3\alpha$   
 $270^\circ = 5\alpha$   
 $54^\circ = \alpha$   
 $\therefore SC(54^\circ) = S(90^\circ - 54^\circ)$   
 $= S(36^\circ)$   
 $= 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$

Clave D

24  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$



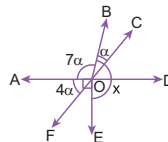
Del gráfico:  
 $90^\circ = 40^\circ + 180^\circ - 50$   
 $50 = 130^\circ$   
 $\theta = 26^\circ$  ... (1)

También:  
 $2\theta + x = 90^\circ$  ... (2)

Reemplazando (1) en (2):  
 $2\theta + x = 90^\circ$   
 $2(26^\circ) + x = 90^\circ$   
 $52^\circ + x = 90^\circ$   
 $x = 38^\circ$

Clave E

25



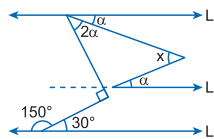
Del gráfico:  
 $90^\circ + 7\alpha + x = 360^\circ$  ... (1)

También:  
 $12\alpha = 180^\circ$  ... (2)  
 $\alpha = 15^\circ$

Reemplazando (2) en (1):  
 $90^\circ + 7\alpha + x = 360^\circ$   
 $90^\circ + 7(15^\circ) + x = 360^\circ$   
 $x = 165^\circ$

Clave C

26  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2 // \vec{L}_3$



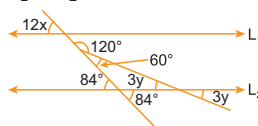
Del gráfico:  
 $3\alpha + 30^\circ = 90^\circ$   
 $3\alpha = 60^\circ$   
 $\alpha = 20^\circ$  ... (1)

También:  
 $\alpha + \alpha = x$  ... (2)

Reemplazando (1) en (2):  
 $2\alpha = x$   
 $2(20^\circ) = x$   
 $40^\circ = x$

Clave E

27  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$



Del gráfico:

$12x = 84^\circ$   
 $x = 7^\circ$

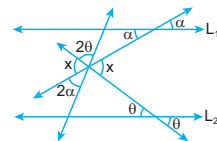
También:

$60^\circ + 3y = 84^\circ$   
 $3y = 24^\circ$   
 $y = 8^\circ$

$\therefore 2x + y = 2(7^\circ) + 8^\circ = 22^\circ$

Clave C

28  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$



Del gráfico:  
 $2\alpha + 2\theta + x = 180^\circ$   
 $x = 180^\circ - 2(\alpha + \theta)$  ... (1)

También por propiedad:  
 $x = \alpha + \theta$  ... (2)

Reemplazando (2) en (1):  
 $x = 180^\circ - 2(\alpha + \theta)$   
 $x = 180^\circ - 2x$   
 $3x = 180^\circ$   
 $x = 60^\circ$

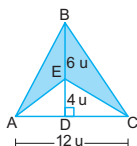
Clave B



## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO

(página 198)

- 1 El área sombreada la obtenemos por diferencia de áreas, es decir:



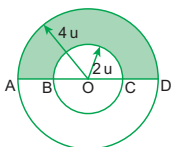
$$A_{\triangle ABE} = A_{\triangle ABC} - A_{\triangle AEC}$$

$$= \frac{12 \cdot 6}{2} - \frac{12 \cdot 4}{2}$$

$$\therefore A_{\triangle ABE} = 36 \text{ u}^2$$

Clave E

- 2 El área sombreada la obtenemos por diferencias de áreas, es decir:



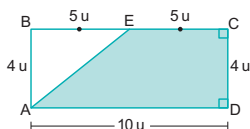
$$A_{\text{shaded}} = A_{\text{ADCB}} - A_{\triangle AD} - A_{\triangle BC}$$

$$A_{\text{shaded}} = \frac{\pi \cdot 4^2}{2} - \frac{\pi \cdot 2^2}{2}$$

$$\therefore A_{\text{shaded}} = 6\pi \text{ u}^2$$

Clave D

- 3 El área sombreada es un trapecio.



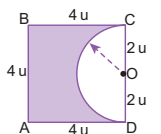
$$A_{\triangle AED} = \frac{(a+b)}{2} \cdot h$$

$$A_{\triangle AED} = \frac{(10+5)}{2} \cdot 4$$

$$\therefore A_{\triangle AED} = 30 \text{ u}^2$$

Clave C

- 4 El perímetro de la región sombreada está conformado por 3 lados del cuadrado y la longitud de la semicircunferencia.

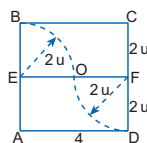


$$P = 4 + 4 + 4 + \frac{\pi \cdot 2}{2}$$

$$\Rightarrow P = 2(6 + \pi) \text{ u}$$

Clave A

- 5 La longitud de la trayectoria está determinada por la suma de la longitud del cuarto de circunferencia BEO y la longitud del cuarto de circunferencia OFD.



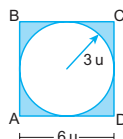
$$\Rightarrow L_{BOD} = L_{\text{cuarto BEO}} + L_{\text{cuarto OFD}}$$

$$L_{BOD} = \frac{2\pi \cdot 2}{4} + \frac{2\pi \cdot 2}{4}$$

$$\therefore L_{BOD} = 2\pi \text{ u}$$

Clave E

- 6 El área sombreada la obtenemos por diferencia de áreas, es decir:



$$A_{\square} = A_{\square ABCD} - A_{\bigcirc}$$

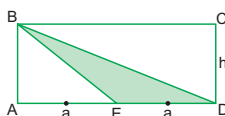
$$= (6)^2 - \pi \cdot 3^2$$

$$A_{\square} = 36 - 9\pi$$

$$\therefore A_{\square} = 9(4 - \pi) \text{ u}^2$$

Clave D

- 7 Dato:



$$A_{\triangle BED} = 20 \text{ u}^2 = ah \quad \dots(1)$$

Piden:

$$A_{\square ABCD} = (2a)h = 2ah \quad \dots(2)$$

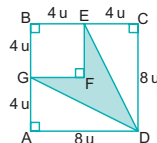
Reemplazando (1) en (2):

$$A_{\square ABCD} = 2 \cdot 20$$

$$\therefore A_{\square ABCD} = 40 \text{ u}^2$$

Clave B

- 8 El área sombreada la obtendremos por diferencia de áreas, es decir:



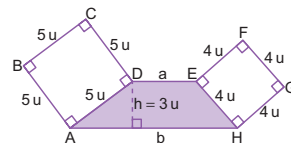
$$A_{\triangle GFE} = A_{\square ABCD} - [A_{\triangle GBE} + A_{\triangle GAD} + A_{\triangle ECD}]$$

$$A_{\triangle GFE} = 8^2 - [4^2 + (8 \cdot \frac{4}{2}) + (4 \cdot \frac{8}{2})]$$

$$\therefore A = 16 \text{ u}^2$$

Clave D

- 9 El perímetro (P) de la región sombreada es:



$$P = 5 \text{ u} + a + 4 \text{ u} + b \quad \dots(1)$$

Dato:

$$A_{\square ADEH} = 30 = \frac{(a+b)}{2} \cdot h$$

$$\Rightarrow 30 = \frac{(a+b)}{2} \cdot 3$$

$$a + b = 20 \text{ u} \quad \dots(2)$$

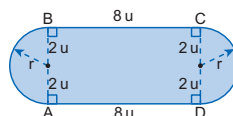
Finalmente, reemplazamos (2) en (1):

$$P = 5 \text{ u} + 20 \text{ u} + 4 \text{ u}$$

$$\therefore P = 29 \text{ u}$$

Clave B

- 10 El área sombreada la obtendremos, como suma de áreas.





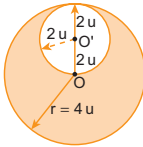
$$A_{\square} = A_{\triangle OAB} + A_{\square ABCD} + A_{\triangle OCD}$$

$$A_{\square} = \left(\frac{\pi \cdot 2^2}{2}\right) + (8 \cdot 4) + \left(\frac{\pi \cdot 2^2}{2}\right)$$

$$\therefore A_{\square} = 4(8 + \pi) u^2$$

Clave A

- 11 El área sombreada la obtendremos como diferencia de áreas, es decir:



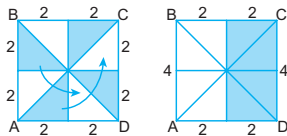
$$A_{\text{shaded}} = A_{\square}(r=4) - A_{\square}(r=2)$$

$$A_{\text{shaded}} = \pi 4^2 - \pi 2^2$$

$$\therefore A_{\text{shaded}} = 12\pi u^2$$

Clave C

- 12 El área sombreada la obtendremos por traslación de áreas, es decir:

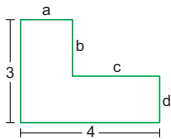


$$\Rightarrow A_{\text{sombreada}} = \frac{A_{\square ABCD}}{2} = \frac{4^2}{2}$$

$$\therefore A_{\text{sombreada}} = 8 u^2$$

Clave B

13

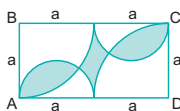


$$2p = (a+c) + (b+d) + 4 + 3 = 14$$

$$\therefore A_{\text{sombreada}} = 8 u^2$$

Clave D

14



El perímetro de las regiones sombreadas es igual al perímetro de las 2 semicircunferencias y los 2 cuadrantes, entonces:

$$2p = 2 \left[ \pi \left( \frac{a}{2} \right) \right] + 2 \left[ \frac{\pi a}{2} \right] = 2\pi a$$

Clave B

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 200)

1  $A_5 = \frac{A_{\text{total}}}{4} = \frac{4^2}{4} = 4 u^2$

Clave B

2  $A_5 = \frac{A_{\square ABCD}}{4} = \frac{40}{4} = 10 u^2$

Clave C

3  $A_5 = \frac{A_{\text{total}}}{2} = \frac{6^2}{2} = 18 u^2$

Clave E

4  $A_5 = \frac{2}{8} (A_{\text{total}}) = \frac{2}{8} (\pi \cdot 4^2) = 4\pi u^2$

Clave D

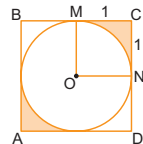
5  $\ell_{BC} = \frac{\pi}{2} \times 6 = 3\pi u$

Clave A

6  $A_{\square ADEC} = \left( \frac{5+4}{2} \right) 2 = 9 u^2$

Clave C

7

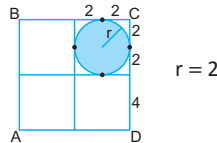


$$A_5 = 2[A_{\square OMCN} - A_{\triangle MON}]$$

$$A_5 = 2 \left[ 1^2 - \frac{\pi}{4} \cdot 1 \right] = 2 \left[ 1 - \frac{\pi}{4} \right] = \left( 2 - \frac{\pi}{2} \right) u^2$$

Clave C

8

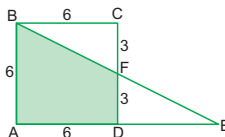


$$r = 2$$

$$A_5 = \pi \cdot 2^2 = 4\pi u^2$$

Clave D

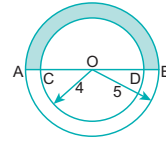
9



$$A_5 = \left( \frac{6+3}{2} \right) 6 = 27 u^2$$

Clave E

10



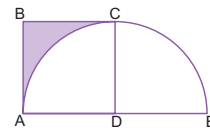
$$2p = \ell_{AB} + \ell_{CD} + AC + DB$$

$$2p = \pi \cdot 5 + \pi \cdot 4 + 1 + 1 = (9\pi + 2) u$$

Clave A

### NIVEL 2 (página 201)

11

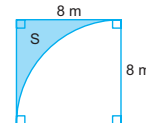


$$A_5 = A_{\square ABCD} - A_{\triangle ACD}$$

$$A_5 = 4^2 - \frac{\pi \cdot 4^2}{4} = 16 - 4\pi = 4(4 - \pi) u^2$$

Clave B

12



$$S = A_{\square} - A_{\triangle}$$

$$S = 8^2 - \frac{\pi}{2} \cdot 8^2 = 64 - \frac{32\pi}{2}$$

$$S = 64 - 16\pi$$

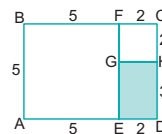
$$S = 16(4 - \pi) m^2$$

Clave A

13  $A_5 = \frac{3}{30} (5 \cdot 12) = 6 u^2$

Clave E

14



$$A_5 = 3 \times 2 = 6 u^2$$

Clave D



15

$$A_s = \frac{3 \times 6}{2} + \frac{3 \times 2}{2} + \frac{3 \times 6}{2}$$

$$= 9 + 3 + 9 = 21 u^2$$

Clave D

16

$$A_s = A_{\square ABCD} - A_{\square AEFD}$$

$$A_s = \left( \frac{8+6}{2} \right) \cdot 4 - \left( \frac{8+5}{2} \right) \cdot 2$$

$$= 28 - 15 = 15 u^2$$

Clave E

17

$$A_{\square ABCD} = 36 u^2 \Rightarrow r = 6 u$$

$$\text{Piden: } A_s = \frac{\pi \cdot 6^2}{2} = 18\pi u^2$$

Clave B

18

$$A_{\square ABCD} = 25 u^2$$

$$\left( \frac{6+4}{2} \right) h = 25 u^2$$

$$5h = 25$$

$$h = 5 u$$

$$\text{Piden: } A_{\triangle ACD} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15 u^2$$

Clave B

19

$$A = \pi(R^2 - r^2)$$

$$A = \pi(6^2 - 4^2) = \pi(36 - 16)$$

$$\Rightarrow A = 20\pi m^2$$

Clave E

### NIVEL 3 (página 202)

20

$$A = 2 \times 2 = 4 m^2$$

$$\text{Área sombreada es: } 3A = 12 m^2$$

Clave E

21

$$\Rightarrow S = 4 \cdot 2 = 8 m^2$$

Clave B

22

$$\text{Sea } S \text{ el área de la región sombreada:}$$

$$S = \frac{\pi \cdot 10^2}{2} \Rightarrow S = 50\pi m^2$$

Clave B

23

$$\text{Sea } S \text{ el área de la región sombreada:}$$

$$S = \frac{20 \cdot 20}{2} \Rightarrow S = 200 m^2$$

Clave B

24

$$4S = A_{\square CYL} = \frac{8 \cdot 8}{2}$$

$$4S = 32 \Rightarrow S = 8 m^2$$

Clave A

25

$$S = A_{\square} - A_{\text{cuarto círculo}}$$

$$S = 4^2 - \left( \frac{\pi}{2} \right) \cdot 4^2$$

$$S = 16 - 4\pi$$

$$S = 4(4 - \pi) m^2$$

Clave D

26

$$S = \frac{\pi \cdot R^2}{2} = \frac{\pi \cdot 2^2}{2}$$

$$S = 2\pi m^2$$

Clave B

27

$$A_1 = A_2 = A_3 = \frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}}{2} = \frac{\frac{a^2}{4}}{2} = \frac{a^2}{8}$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 \Rightarrow A = \frac{3}{8} a^2$$

Clave D

28

$$\Rightarrow A = a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{2}$$

Clave A

29

$$\Rightarrow A = a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{2}$$

Clave C

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 209)

$$1 \quad H = \frac{12 \times 11 \times 10! + 11 \times 10! + 10!}{10! + 11 \times 10!}$$

$$H = \frac{10! [12 \times 11 + 11 + 1]}{10! [1 + 11]}$$

$$\therefore H = 12$$

Clave C

$$2 \quad M = \frac{5!}{2!3!} + \frac{5!}{3!2!} + \frac{5!}{4!1!}$$

$$M = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} + \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} + \frac{5 \times 4!}{1 \times 4!}$$

$$M = 10 + 10 + 5$$

$$\therefore M = 25$$

Clave D

$$3 \quad R = \frac{[3! + 3!]}{[1 + 2 + 6]!}$$

$$R = \frac{9!}{9!}$$

$$\therefore R = 1$$

Clave D

$$4 \quad N = \frac{\frac{7!}{1!} + \frac{6!}{1!} + \frac{5!}{1!}}{\frac{5!}{1!}}$$

$$N = \frac{7 \times 6 \times 5! + 6 \times 5! + 5!}{5!}$$

$$N = \frac{5! [42 + 6 + 1]}{5!}$$

$$\therefore N = 49$$

Clave B

$$5 \quad (2x - 5)! = 3!$$

$$2x - 5 = 3$$

$$2x = 8$$

$$\therefore x = 4$$

Clave A

$$6 \quad \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{10} = \frac{x! \cdot 12 \cdot 11!}{11!}$$

$$\Rightarrow x! = 6 \times 3!$$

$$\therefore x = 3$$

Clave B

$$7 \quad S = (2-1)1! + (3-1)2! + (4-1)3! + \dots + (11-1)10!$$

$$S = 2! - 1! + 3! - 2! + 4! - 3! + \dots + 11! - 10!$$

$$\therefore S = 11! - 1$$

Clave E

$$8 \quad \text{Por principio de adición, se puede elegir entre:}$$

$$40 + 50 = 90 \text{ libros}$$

Clave D

$$9 \quad \text{Por principio de multiplicación: } 6 \times 8 = 48$$

$$\therefore \text{Se podrá elegir de 48 formas.}$$

Clave D

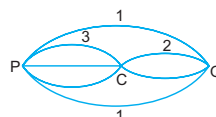
$$10 \quad \frac{1^\circ}{4 \text{ ex.}} \quad \frac{2^\circ}{3 \text{ ex.}} \quad \frac{3^\circ}{2 \text{ ex.}}$$

$$\text{Por principio de multiplicación: } 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

$$\therefore \text{Se podrá controlar la calidad de 24 maneras distintas.}$$

Clave C

11



$$\therefore \text{De P hacia Q: } 3 \times 2 + 2 = 8$$

Clave A

$$12 \quad \text{El orden no importa (combinación).}$$

$$C_3^{12} = \frac{12!}{9!3!} = \frac{12 \times 10 \times 11 \times 9!}{9!6} = 220$$

$$\therefore \text{Se podrán escoger 220 comités.}$$

Clave B

$$13 \quad \text{El orden sí importa (variación).}$$

$$\Rightarrow V_4^{10} = \frac{10!}{6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!} = 5040 \text{ formas}$$

Clave E

$$14 \quad \text{Permutación circular.}$$

$$PC_5 = (5 - 1)! = 4! = 24$$

Clave A

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 211)

$$1 \quad \text{Simplificando, tenemos:}$$

$$H = \frac{1 + 1 + 2}{1 + 1}$$

$$\therefore H = 2$$

Clave C

$$2 \quad \text{Simplificando, tenemos:}$$

$$E = \frac{6 + 720}{11}$$

$$\therefore E = 66$$

Clave E

$$3 \quad \text{Simplificando, tenemos:}$$

$$A = \frac{24 + 120}{2 + 2}$$

$$\therefore A = 36$$

Clave D



- 4 Simplificando, tenemos:

$$P = \frac{12 \times 11 \times 10! + 13 \times 12 \times 11 \times 10!}{11 \times 10! + 10!}$$

$$P = \frac{10! (12 \times 11 + 13 \times 12 \times 11)}{10! (11 + 1)}$$

$$P = \frac{12(11 + 13 \times 11)}{12}$$

$$\therefore P = 154$$

Clave A

- 5 Simplificando, tenemos:

$$R = \frac{(6 \cdot 5!) \cdot (8 \cdot 7!)}{5! \cdot 7!} + \frac{10! \cdot 12}{10! (1 + 11)}$$

$$R = 48 + 1$$

$$\therefore R = 49$$

Clave B

- 6 Simplificando, tenemos:

$$P = \frac{22 \cdot 21 \cdot 20! + 21 \cdot 20! + 20!}{20! + 21 \cdot 20!}$$

$$P = \frac{20! (22 \cdot 21 + 21 + 1)}{20! (1 + 21)}$$

$$P = \frac{22 \cdot 21 + 22}{22}$$

$$P = \frac{22(21 + 1)}{22}$$

$$\therefore P = 22$$

Clave E

- 7 Resolviendo, tenemos:

$$(2x - 1)! = 5!$$

$$2x - 1 = 5$$

$$2x = 6$$

$$\therefore x = 3$$

Clave D

- 8 Resolviendo, tenemos:

$$\frac{10}{3} = \frac{x! \cdot 20 \cdot 19!}{19! \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$120 = x!$$

$$5! = x!$$

$$\therefore x = 5$$

Clave D

- 9 Simplificando, tenemos:

$$G = \frac{1 \cdot 8! + 9 \cdot 8! + 10 \cdot 9 \cdot 8! (1)}{1 \cdot 8! + 8! \cdot 9}$$

$$G = \frac{8! (1 + 9 + 90)}{8! (1 + 9)}$$

$$G = \frac{100}{10}$$

$$\therefore G = 10$$

Clave C

- 10 Simplificando, tenemos:

$$D = \frac{(2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 4) \dots (2 \cdot 15)}{15 \cdot 14!}$$

$$D = \frac{2^{15} \cdot 15!}{15!}$$

$$\therefore D = 2^{15}$$

Clave C

## NIVEL 2 (página 211)

- 11 Resolviendo, tenemos:

$$(x - 2)! = 1$$

Hay 2 opciones:

$$1.^{\circ} (x - 2)! = 1!$$

$$x - 2 = 1$$

$$x = 3$$

$$2.^{\circ} (x - 2)! = 0!$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

$$\therefore \text{La suma de valores es: } 2 + 3 = 5$$

Clave E

- 12 Resolviendo, tenemos:

$$H = (2 - 1)! + (3 - 1) \cdot 2! + (4 - 1) \cdot 3! + \dots + (16 - 1) \cdot 15!$$

$$H = 2! - 1! + 3! - 2! + 4! - 3! + \dots + 16! - 15!$$

$$\therefore H = 16! - 1$$

Clave E

- 13 Resolviendo, tenemos:

$$x \cdot (x - 1)! + (x - 1)! = 8! \times 10$$

$$(x - 1)! (x + 1) = (9 - 1)! \times (9 + 1)$$

Comparando obtenemos el valor de x.

$$\therefore x = 9$$

Clave A

- 14 Resolviendo, tenemos:

$$(a! + 1!)! = 7!$$

$$a! + 1 = 7$$

$$a! = 6$$

$$a! = 3!$$

$$\therefore a = 3$$

Clave C

- 15 Resolviendo, tenemos:

$$U = (2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 4) \dots (2 \cdot 10)$$

$$\therefore U = 2^{10} \cdot 10!$$

Clave E



**16** Principio de adición:

$$\therefore \text{n.º formas} = 3 + 4 + 2 + 1 = 10$$

Clave D

**17** Principio de adición:

$$\therefore \text{n.º formas de viajes} = 3 + 4 = 7$$

Clave C

**18** Principio de multiplicación:

$$\therefore \text{n.º parejas} = 6 \cdot 8 = 48$$

Clave A

**19** Principio de multiplicación:

$$\therefore \text{n.º formas de vestir} = 3 \cdot 4 = 12$$

Clave C

**20**



$$\therefore P \Rightarrow Q = 2 \cdot 3 = 6$$

Clave B

### NIVEL 3 (página 212)

**21** Principio de multiplicación:

$$\therefore \text{n.º formas de vestir} = 4 \cdot (3 + 2) \cdot 6 = 120$$

Clave E

**22** Por combinación:

$$C_3^8 = \frac{8!}{(8-3)!3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 6} = 56$$

Clave C

**23** Por combinación:

$$C_2^4 = \frac{4!}{(4-2)!2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2! \cdot 2} = 6$$

Clave D

**24** Por combinación:

$$C_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 6} = 35$$

Clave B

**25** Por variación:

$$V_9^4 = \frac{9!}{(9-4)!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5!} = 3024$$

Clave A

**26** Por variación:

$$V_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!} = 210$$

Clave D

**27** Por permutación lineal:

$$P_5 = 5! = 120$$

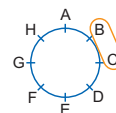
Clave E

**28** Por permutación circular:

$$P_6 = (6-1)! = 120$$

Clave A

**29**



7 elementos:

A;  $\overline{BC}$ ; D; E; F; G; H

Arreglo circular:  $PC_7$

BC: 2!

$$\therefore \text{Total: } 6! \cdot 2! = 1440$$

Clave B

**30** Para elegir las 2 mujeres:  $C_2^{12} = \frac{12!}{10!2!} = 66$

Para elegir los 3 hombres:  $C_3^{15} = \frac{15!}{12!3!} = 455$

En total:  $C_2^{12} \times C_3^{15} = 30\,030$

Clave D

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 218)

- 1  $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

$$n(\Omega) = 6$$

Evento A: sale un número impar.

$$A = \{1; 3; 5\}$$

$$n(A) = 3$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Clave C

- 2 Evento A: sale cara

$$\Omega = \{C; S\}$$

$$A = \{C\} \Rightarrow n(A) = 1$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}$$

Clave E

- 3  $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Evento A: sale un número mayor que 2

$$A = \{3; 4; 5; 6\}$$

$$n(A) = 4$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Clave C

- 4  $A \cap \Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Evento A: sale un número múltiplo de 3

$$A = \{3; 6\}$$

$$n(A) = 2$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Clave A

- 5  $n(\Omega) = 6 \times 6 = 36$

Evento A: salen puntos iguales

$$A = \{(1; 1), (2; 2), (3; 3), (4; 4), (5; 5), (6; 6)\}$$

$$n(A) = 6$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Clave B

- 6 Evento A: salen dos caras o dos sellos

$$A = \{CC; SS\}$$

$$n(A) = 2$$

$$n(\Omega) = 2^2 = 4$$

$$\text{Por lo tanto: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Clave A

- 7 Evento A: sale una carta de corazones

$$n(A) = 13$$

Conocemos:

$$n(\Omega) = 52$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{13}{52}$$

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

Clave D

- 8 Evento A: resulte un múltiplo de tres

$$A = \{3; 6\}$$

$$n(A) = 2$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6}$$

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

Clave C

- 9 Evento A: se obtiene un número tal que al elevarlo al cuadrado resulte un número impar.

$$A = \{1; 3; 5\}$$

$$n(A) = 3$$

Al lanzar un dado se tiene:

$$n(\Omega) = 6$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6}$$

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

Clave B

- 10 Evento A: salen 3 caras y un sello

$$A = \{CCCS; CCSC; CSCC; SCCC\}$$

$$n(A) = 4$$

$$n(\Omega) = 2^4 = 16$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{16}$$

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

Clave D



- 11** Evento A: sale una bola de color negro  
 $n(A) = 7$

Evento B: sale una bola de color azul  
 $n(B) = 4$

Evento C: sale una bola de color rojo  
 $n(C) = 2$

$$n(\Omega) = n(A) + n(B) + n(C) \\ = 7 + 4 + 2$$

$$\Rightarrow n(\Omega) = 13$$

Por lo tanto:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{4}{13}$$

Clave D

- 12** El espacio muestral al lanzar una moneda es:

$$\Omega = \{C; S\} \Rightarrow n(\Omega) = 2 = 2^1$$

El espacio muestral al lanzar una moneda dos veces:

$$\Omega = \{CC; CS; SC; SS\}$$

$$\Rightarrow n(\Omega) = 4 = 2^2$$

En general:

$$n(\Omega) = 2^{n.º \text{ lanzamientos de moneda}}$$

$$n(\Omega) = 2^5 = 32$$

Clave B

- 13** Evento A: resulta una ficha negra

$$n(A) = 8$$

Evento B: resulta una ficha azul

$$n(B) = 10$$

$$n(\Omega) = n(A) + n(B)$$

$$= 8 + 10$$

$$n(\Omega) = 18$$

Entonces:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

Por lo tanto:

$$P(B') = 1 - P(B)$$

$$P(B') = 1 - \frac{5}{9}$$

$$P(B') = \frac{4}{9}$$

Clave C

- 14** Evento A: la suma de puntos es 6

$$A = \{(1; 5), (2; 4), (3; 3), (4; 2), (5; 1)\}$$

$$n(A) = 5 \Rightarrow P(A) = \frac{5}{36}$$

Evento B: la suma de puntos es 7

$$B = \{(1; 6), (2; 5), (3; 4), (4; 3), (5; 2), (6; 1)\}$$

$$n(B) = 6 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36}$$

Por lo tanto:

Como son eventos que no pueden ocurrir simultáneamente:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{5}{36} + \frac{6}{36} = \frac{11}{36}$$

Clave E

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 220)

- 1** Evento A: salen 2 sellos y una cara.

$$A = \{CSS; SCS; SSC\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 3$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{8}$$

Clave C

- 2** Evento A: sale una bola de color rojo

$$n(A) = 10$$

$$n(\Omega) = 10 + 4 + 6 = 20$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

Clave A

- 3** Evento A: el resultado es 2

$$A = \{2\} \Rightarrow n(A) = 1$$

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}$$

Clave D

- 4** Evento A: la suma de puntos es menor que 5

$$A = \{(1; 1), (1; 2), (1; 3), (2; 1), (2; 2), (3; 1)\}$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Clave D

- 5** Evento A: la suma de puntos es 8

$$A = \{(2; 6), (3; 5), (4; 4), (5; 3), (6; 2)\}$$

$$n(A) = 5$$

$$n.º \text{ de casos en } \Omega \text{ es } 36 \Rightarrow n(\Omega) = 36$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{36}$$

Clave B

- 6**  $n(\Omega) = 23 = 8$

$$\text{Evento A} = \{SCS\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 1$$





Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{8}$$

Clave C

- 7** Evento A: sale un naipe de espadas

$$n(A) = 13$$

$$n(\Omega) = 52$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

Clave A

- 8** Evento A: no sale una bola azul

$$n(A) = n.^{\circ} \text{ bolas rojas} + n.^{\circ} \text{ bolas negras}$$

$$= 5 + 2$$

$$\Rightarrow n(A) = 7$$

$$n(\Omega) = n.^{\circ} \text{ b. rojas} + n.^{\circ} \text{ b. azules} + n.^{\circ} \text{ b. negras}$$

$$= 5 + 3 + 2$$

$$\Rightarrow n(\Omega) = 10$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{10}$$

Clave D

- 9** Evento A: se retira de la fiesta un varón

$$n(A) = 40$$

$$n(\Omega) = 40 + 60 = 100$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

Clave A

- 10** Los resultados que se pueden obtener al lanzar el dado, en este caso, son:

$$\Omega = \{1; 3; 5\}, n(\Omega) = 3$$

Evento A: sale un número primo

$$A = \{3; 5\}, n(A) = 2$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{3}$$

Clave D

## NIVEL 2 (página 221)

- 11** Evento A: sean hombres

$$n(\Omega) = 45$$

$$n(A) = 15$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

Clave B

- 12** Evento A: sea mujer morena

$$n(\Omega) = 45$$

$$n(A) = 20$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}$$

Clave E

- 13** Evento A: sea hombre o mujer

$$n(\Omega) = 45$$

$$n(A) = 45$$

Por lo tanto

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{45}{45} = 1$$

Clave C

- 14** Evento A: el producto de los números obtenidos es múltiplo de 5

$$A = \{(1; 5), (2; 5), (3; 5), (4; 5), (5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6), (6; 5)\}$$

$$n(A) = 11$$

$$\text{Al lanzar dos dados se cumple: } n(\Omega) = 36$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{36}$$

Clave B

- 15** Evento A: sale una bola de color rojo

$$\Rightarrow n(A) = 20$$

$$n(\Omega) = 12 + 20 + 18 = 50$$

Entonces:

$$P(A) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} P(A') &= 1 - P(A) \\ &= 1 - \frac{2}{5} \\ &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$

Clave C

- 16** Evento A: sale boleto ganador

$$n(A) = 96$$

$$n(\Omega) = 520$$

Entonces:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{96}{520} = \frac{12}{65}$$

Por lo tanto:

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$P(A') = 1 - \frac{12}{65}$$

$$P(A') = \frac{53}{65}$$

Clave A



- 17** Evento A: el resultado es 2  
Evento B: el resultado es 3

Entonces:

$$A = \{2\} \Rightarrow n(A) = 1$$

$$B = \{3\} \Rightarrow n(B) = 1$$

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$$

Ambos eventos no pueden ocurrir simultáneamente, por lo tanto:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{n(A)}{n(\Omega)} + \frac{n(B)}{n(\Omega)}$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Clave C

- 18** Evento A: la suma de puntos es 8

Evento B: la suma de puntos es 9

$$A = \{(6; 2), (5; 3), (4; 4), (3; 5), (2; 6)\}$$

$$B = \{(6; 3), (5; 4), (4; 5), (3; 6)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 5 \text{ y } n(B) = 4, \text{ además } n(\Omega) = 36$$

De donde:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{36}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{4}{36}$$

Como ambos eventos no pueden ocurrir simultáneamente, se cumple:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{5}{36} + \frac{4}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

Clave A

- 19** Si se tiran tres monedas:

$$n(\Omega) = 2^3 = 8$$

Evento A: salen tres caras

$$A = \{CCC\} \Rightarrow n(A) = 1$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{8}$$

Evento B: salen tres sellos

$$B = \{SSS\} \Rightarrow n(B) = 1$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{8}$$

Ambos eventos no pueden ocurrir simultáneamente, por lo tanto:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Clave C

### NIVEL 3 (página 221)

- 20** Resultados del lanzamiento de la moneda tres veces:

$$\Omega = \{CCC; CCS; CSC; CSS; SCC; SCS; SSC; SSS\}$$

Por lo tanto:

$$n(\Omega) = 8$$

En general:

$$n(\Omega) = 2^{n.º \text{ lanzamientos de moneda}}$$

$$\Rightarrow n(\Omega) = 2^3 = 8$$

Clave D

- 21** Evento A: salgan 3 sellos

$$A = \{SSS\}$$

$$n(A) = 1$$

$$\Omega = \{CCC; CCS; CSC; SCC; SSC; SCS; CSS; SSS\}$$

$$n(\Omega) = 8$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{8}$$

Clave D

- 22** Del problema 20:

Evento A: salgan al menos 2 sellos

$$A = \{SSC; SCS; CSS; SSS\}$$

$$n(A) = 4$$

Por lo tanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Clave E

- 23** Evento A: la suma de puntos es 4

$$A = \{(1; 3), (2; 2), (3; 1)\}$$

$$n(A) = 3$$

Evento B: la suma de puntos es 6

$$B = \{(1; 5), (2; 4), (3; 3), (4; 2), (5; 1)\}$$

$$n(B) = 5$$

$$n.º \text{ de casos en } \Omega \text{ es } 36 \Rightarrow n(\Omega) = 36$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{36} \wedge P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5}{36}$$

Ambos eventos no pueden ocurrir simultáneamente, por lo tanto:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{3}{36} + \frac{5}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

Clave B

- 24** Evento A: contestar con la verdad en el pabellón A1

$$P(A) = \frac{2}{7}$$

Evento B: contestar con la verdad en el pabellón C3

$$P(B) = \frac{3}{10}$$



Evento C = A + B: contestar con la verdad en el pabellón A1 y C3

$$P(A + B) = P(A) \cdot P(B) \quad \dots(I)$$

Se cumple (I) porque son eventos independientes.

$$\Rightarrow P(A + B) = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3}{35}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} P((A + B)') &= 1 - P(A + B) \\ &= 1 - \frac{3}{35} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P((A + B)') = \frac{32}{35}$$

**Clave B**

**25** Evento A: sale el primer caramelo de fresa

Evento B: sale el segundo caramelo de fresa

Hay 11 caramelos de los cuales 8 son de fresa.

$$P(A) = \frac{8}{11}$$

Después de la ocurrencia del evento A, quedan 10 caramelos de los cuales 7 son de fresa, luego:

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{7}{10}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \cdot P(B/A) \\ &= \frac{8}{11} \cdot \frac{7}{10} = \frac{28}{55} \end{aligned}$$

**Clave C**

**26** Evento A: sale la primera carta de corazones.

Evento B: sale la segunda carta de corazones.

Hay 52 cartas de las cuales 13 son de corazones, entonces:

$$P(A) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

Después de la ocurrencia del evento A, quedan 51 cartas, de las cuales 12 son de corazones. Luego:

$$P(B/A) = \frac{12}{51} = \frac{4}{17}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \cdot P(B/A) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{17} = \frac{1}{17} \end{aligned}$$

**Clave B**

**27** Evento A: salen números diferentes

$$A' = \{(1; 1), (2; 2), (3; 3), (4; 4), (5; 5), (6; 6)\}$$

$$n(A') = 6$$

$$n(A) = n(\Omega) - n(A')$$

$$\Rightarrow n(A) = 36 - 6 = 30$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

Evento B: la suma es impar

$$B = \{(1; 2), (1; 4), (1; 6), (2; 1), (2; 3), (2; 5), (3; 2), (3; 4), (3; 6), (4; 1), (4; 3), (4; 5), (5; 2), (5; 4), (5; 6), (6; 1), (6; 3), (6; 5)\}$$

$$\Rightarrow n(B) = 18, \quad n(A + B) = 18$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

Por lo tanto:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{6}} = \frac{3}{5}$$

**Clave B**

**28** Evento A: sale la primera bola de color rojo.

Evento B: sale la segunda bola de color amarillo.

Hay 25 bolas de las cuales 8 son rojas, entonces:

$$P(A) = \frac{8}{25}$$

Después de la ocurrencia del evento A, quedan 24 bolas de las cuales 10 son amarillas, entonces:

$$P(B/A) = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \cdot P(B/A) \\ &= \frac{8}{25} \cdot \frac{5}{12} = \frac{2}{15} \end{aligned}$$

**Clave D**

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 228)

- 1 Como:  $2 < x \leq 5 \Rightarrow x \in \{3; 4; 5\}$

$$\text{Luego: } x = 3 \Rightarrow 3(3) - 2 = 7$$

$$x = 4 \Rightarrow 3(4) - 2 = 10$$

$$x = 5 \Rightarrow 3(5) - 2 = 13$$

$$\therefore A = \{7; 10; 13\}$$

Clave C

- 2 Resolución:

$$\text{Dado que: } 3 < x < 8 \Rightarrow x \in \{4; 5; 6; 7\}$$

$$\text{Luego: } x = 4 \Rightarrow 4^2 + 1 = 17$$

$$x = 5 \Rightarrow 5^2 + 1 = 26$$

$$x = 6 \Rightarrow 6^2 + 1 = 37$$

$$x = 7 \Rightarrow 7^2 + 1 = 50$$

$$C = \{17; 26; 37; 50\}$$

$$\therefore \text{Suma de elementos: } 17 + 26 + 37 + 50 = 130$$

Clave C

- 3 Dado que H es unitario, se cumple:

$$a + 15 = 45 \wedge b^2 - 4 = 45$$

$$a = 30 \quad b^2 = 49$$

$$b = 7$$

$$\therefore a + b = 30 + 7 = 37$$

Clave E

- 4 Como  $A = B$  se cumple:

$$a^3 + 1 = 65 \wedge a + b = 10$$

$$a^3 = 64 \quad a + b = 10$$

$$a = 4 \quad b = 6$$

$$\therefore a - b = 4 - 6 = -2$$

Clave A

- 5 Como A es unitario se cumple:

$$a + 2b - 3 = 12 \quad \dots (I)$$

$$a + b = 12 \quad \dots (II)$$

$$\text{Restando (I) - (II):}$$

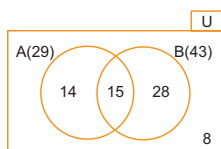
$$b - 3 = 0$$

$$b = 3 \Rightarrow a = 9$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 9^2 + 3^2 = 90$$

Clave D

- 6 Gráficamente:



Del gráfico:

$$n(U) = 14 + 15 + 28 + 8$$

$$n(U) = 65$$

Clave B

- 7 Por ser unitarios e iguales se cumple:

$$6c + 1 = 8c - 1$$

$$2 = 2c \Rightarrow c = 1$$

$$\text{También: } a + 3 = 6c + 1$$

$$a + 3 = 7 \Rightarrow a = 4$$

$$\text{Además: } 3b + 1 = 6c + 1$$

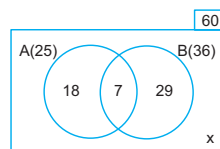
$$3b + 1 = 7$$

$$3b = 6 \Rightarrow b = 2$$

$$\therefore a + b + c = 4 + 2 + 1 = 7$$

Clave B

- 8 Gráficamente:



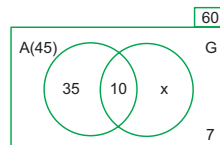
$$\text{Del gráfico: } 18 + 7 + 29 + x = 60$$

$$54 + x = 60$$

$$x = 6$$

Clave C

- 9 Haciendo un gráfico:



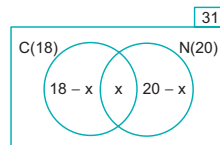
$$\text{Del gráfico: } 35 + 10 + 7 + x = 60$$

$$52 + x = 60$$

$$x = 8$$

Clave A

- 10 Gráficamente:



$$\text{Del gráfico: } 18 - x + x + 20 - x = 31$$

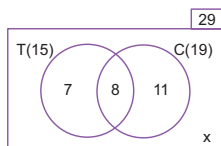
$$38 - x = 31$$

$$x = 7$$

Clave B



11 Gráficamente:



Del gráfico:

$$7 + 8 + 11 + x = 29$$

$$26 + x = 29$$

$$x = 3$$

Luego:

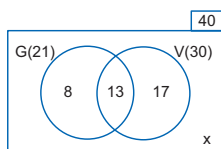
Gustan solo del cine: 11

Gustan solo del teatro: 7

No gustan del cine ni del teatro: 3

Clave A

12 Gráficamente:



Del gráfico:

$$8 + 13 + 17 + x = 40$$

$$38 + x = 40$$

$$x = 2$$

Luego:

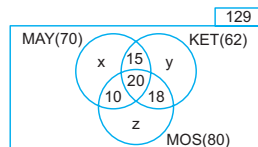
Comen solo verdura: 17

No comen carne ni verduras: 2

No comen verduras:  $8 + x = 8 + 2 = 10$

Clave A

13



Del gráfico:

$$x + 15 + 20 + 10 = 70$$

$$x + 45 = 70 \Rightarrow x = 25$$

$$y + 15 + 20 + 18 = 62$$

$$y + 53 = 62 \Rightarrow y = 9$$

$$z + 10 + 20 + 18 = 80$$

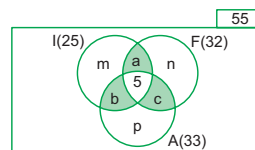
$$z + 48 = 80 \Rightarrow z = 32$$

Luego:

$$x + y + z = 25 + 9 + 32 = 66$$

Clave A

14 Gráficamente:



Del gráfico:

$$\left. \begin{array}{l} m + a + b + 5 = 25 \\ n + a + c + 5 = 32 \\ p + b + c + 5 = 33 \end{array} \right\} (+)$$

$$\left. \begin{array}{l} m + n + p + 2(a + b + c) + 15 = 90 \\ m + n + p + a + b + c + 5 = 55 \end{array} \right\} (-)$$

$$a + b + c + 10 = 35$$

$$a + b + c = 25$$

Clave D

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 230)

1 Por extensión:  $A = \{4; 5; 6; 7\}$

Clave E

2 Por extensión:  $B = \{-1; 0; 1; 2\}$

Clave C

3 Por extensión:  $C = \{0; 2; 4; 6\}$

Clave D

4 Por extensión:  $D = \{-1; 0; 1; 2\}$

Clave E

5 Por comprensión:  $E = \{x / x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 4\}$

Clave D

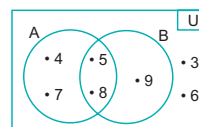
6 Por comprensión:  $F = \{x / x \in \mathbb{Z} \wedge -3 < x \leq 0\}$

Clave B

7 Por comprensión:  $G = \{2x / x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 3\}$

Clave E

8 Graficando:



Del gráfico:  $A \cup B = \{4; 5; 7; 8; 9\}$

Clave D

9 Del gráfico:

$$A \cap B = \{5; 8\}$$

Clave A



- 10** Del gráfico:  
 $A - B = \{4; 7\}$

**NIVEL 2 (página 230)**

- 11** Del gráfico:  
 $B - A = \{9\}$

- 12** Del gráfico:  
 $A \Delta B = \{4; 7; 9\}$

- 13** Del gráfico:  
 $A^c = \{3; 6; 9\}$

- 14** Del gráfico:  
 $B^c = \{3; 4; 6; 7\}$

- 15** Del gráfico:  
 $(A \cup B)^c = \{3; 6\}$

- 16** Del gráfico:  
 $(A \cap B)^c = \{3; 4; 6; 7; 9\}$

- 17** El conjunto es:  $(A \cup B) \cap C$

- 18** El conjunto es:  $A \cup (B \cap C)$

- 19** El conjunto es:  $(A \cup B) - C$

- 20** El conjunto es:  $(A \cap B) - C$

Clave B

Clave E

Clave C

Clave B

Clave D

Clave A

Clave E

Clave C

Clave D

Clave A

Clave E

**NIVEL 3 (página 231)**

- 21** El conjunto es:  $(A \Delta B) \cup (B - C)$

- 22** El conjunto es:  $(A \cap B) \cup (A - C)$

- 23** Del gráfico:  
 Fútbol =  $35 + 18 = 53$

- 24** Del gráfico:  
 Natación =  $18 + 24 = 42$

- 25** Del gráfico:  
 Fútbol o natación =  $35 + 18 + 24 = 77$

- 26** Del gráfico:  
 Fútbol y natación = 18

- 27** Del gráfico:  
 Academia =  $35 + 18 + 24 + 12 = 89$

- 28** Del gráfico: solo natación = 24

- 29** Del gráfico: ni en fútbol, ni en natación = 12

- 30**  $A = \{0; 3; 6; 9\}$   
 $B = \{2; 4; 6; 8\}$   
 $A \Delta B = \{0; 2; 3; 4; 8; 9\}$   
 $\therefore n(A \Delta B) = 6$

Clave E

Clave E

Clave A

Clave C

Clave E

Clave B

Clave D

Clave A

Clave C

Clave D

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 235)

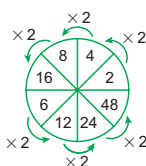
- 1 Es la alternativa "D", pues al girar, todos miran a la izquierda, pero la figura de la alternativa "D" mira a la derecha.

Clave D

- 2 El punto gira hacia la derecha  $45^\circ$  y la línea gira hacia la izquierda, por lo tanto la respuesta es la alternativa B.

Clave B

3



Clave B

- 4 En cada fila hay tres tipos de falda: triangular, rectangular y una semicircunferencia. Entonces, en la tercera fila falta la falda rectangular a la cual le corresponde los zapatos ovalados.

Clave B

- 5 El óvalo de la izquierda, en cada figura se va desplazando hacia la derecha, hasta cruzar completamente al otro, por lo tanto la figura que sigue es la E.

Clave E

- 6 La forma del triángulo no cambia, ni de forma, ni de dimensiones, aunque sí de orientación, la única alternativa que mantiene congruente es la D.

Clave D

- 7 De los cinco relojes vemos que todos marcan la hora correctamente menos el de la alternativa C.

Clave C

- 8 El punto aparece alternadamente en el centro o dentro del cuadradito que recorre las esquinas en sentido horario.

Clave A

9

Miércoles	Jueves
Ayer	Hoy

Clave C

- 10 Por el giro de las agujas, ambas en sentido antihorario, una viaja de  $90^\circ$  en  $90^\circ$  y la otra de  $45^\circ$  en  $45^\circ$ . Luego, la siguiente será la alternativa "A".

Clave A

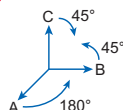
- 11 Al observar los números vemos que se trata de una secuencia de números primos, por lo que el siguiente número será 17.

Clave B

- 12 La figura exterior entra en la figura que está más adentro de un gráfico a otro.

Clave E

13



"A" gira  $180^\circ$  cada vez.  
"B" gira  $45^\circ$  en sentido antihorario.  
"C" gira  $45^\circ$  en sentido horario.

Clave D

- 14 La figura que sigue resulta de la suma de las los anteriores.

Clave A

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 237)

- 1 La suma en todos los casos es 10.

Clave A

- 2 En la primera figura se eliminan dos rectas perpendiculares, por lo tanto al eliminar dos rectas perpendiculares en el rectángulo nos daría la figura "A".

Clave A

- 3 Ayer de pasado mañana.

$$\begin{array}{ccc} \underbrace{-1} & & \underbrace{+2} \\ & +1 & \end{array}$$

miércoles  $+1$  = jueves

Clave A

- 4 El número de dientes disminuye en 1; por lo tanto la figura que sigue es la C.

Clave C

- 5 El giro es en sentido horario de una figura a otra.

Clave B

- 6 La figura mantiene la posición, pero se reduce de tamaño.

Clave D

7

$$\begin{array}{ccccccccc} 1; & 4; & 8; & 13; & 19; & 26 \\ & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow \\ & +3 & +4 & +5 & +6 & +7 \end{array}$$

Siguen una secuencia de sumas.

Clave C

- 8 Las figuras de la primera columna giran  $45^\circ$  de una a otra. Lo mismo sucede en las columnas 2 y 3.

Clave B



- 9 Las figuras giran en sentido antihorario, excepto la figura C.

Clave C

- 10 De la primera a la segunda figura se traza la diagonal.

Clave D

### NIVEL 2 (página 238)

- 11 Todas las figuras giran en sentido horario, excepto la figura C.

Clave C

- 12 Los números disminuyen de uno en uno y el borde coloreado se mueve en sentido horario.

Clave E

- 13 Todas son figuras de cuatro líneas menos la alternativa B.

Clave B

- 14 Todos giran en sentido antihorario excepto la E.

Clave E

- 15 De un gráfico a otro la figura exterior se posiciona en la figura que está más adentro.

Clave B

- 16 El número de pelotitas disminuye de uno en uno y se alterna arriba-abajo.

Clave D

- 17 Se excluye la E porque todas las demás están formadas por segmentos rectos.

Clave E

- 18 Todas poseen tres filas excepto la figura C.

Clave C

- 19 Pasado mañana de mañana de antes de ayer

$$\begin{array}{ccc} +2 & +1 & -2 \\ \cancel{+2} + 1 - 2 & & \\ \text{Lunes} + 1 = \text{Martes} & & \end{array}$$

Clave B

- 20 Sombrero → cabeza  
guante → mano

Clave C

### NIVEL 3 (página 239)

- 21 Cuando lo de afuera está pintado se cambia por lo de adentro y viceversa.

Clave B

- 22 La primera figura gira 90° y obtenemos la segunda, entonces al girar la tercera 90° obtenemos la figura C.

Clave C

- 23 La fig. 1 es igual a la fig. 2, pero invertida, por tanto al invertir la fig. 3 obtenemos la alternativa B.

Clave B

- 24 La figura interior gira en sentido antihorario y el tramado avanza una posición en cada giro.

Clave E

- 25 En las dos primeras figuras vemos un segmento en el interior, en la 3.ª y 4.ª figura vemos dos segmentos en el interior, por lo tanto la figura que sigue debe tener tres segmentos en el interior.

Clave D

- 26 El número de triángulos del mismo tamaño al interior del triángulo mayor va aumentando de uno en uno.

Clave E

- 27 El punto avanza de uno en uno al igual que el símbolo +.

Clave A

- 28 El punto se mueve en sentido antihorario y el cuadrado en sentido horario, y el cuadrado interno en sentido horario por lo tanto, la figura que sigue es la A.

Clave A

- 29 El tramado cambia alternadamente y el número de lados aumenta de uno en uno.

Clave C

- 30 las figuras se unen y se borra la línea interna no continua. Por lo tanto, la figura que sigue es la figura A.

Clave A

© Ediciones Lexicom S. A. C. - Editor.  
RUC 20545774519  
Jr. Dávalos Lissón 135, Cercado de Lima  
Teléfonos: 331-1535 / 331-0968 / 332-3664 Fax: 330-2405  
E-mail: ventas\_escolar@edicioneslexicom.com  
www.editorialsanmarcos.com

Impresión:  
Editorial San Marcos, de Aníbal Jesús Paredes Galván  
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, Lima, S.J.L.  
RUC 10090984344